

# Conjuntos y Sistemas Difusos

## (Lógica Difusa y Aplicaciones)

### 5. Variables Lingüísticas

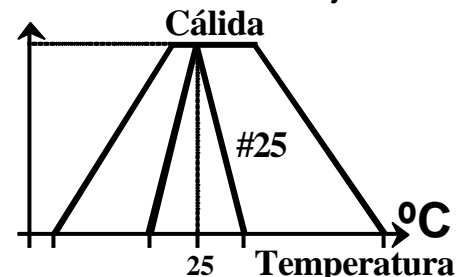


E.T.S.I. Informática

J. Galindo Gómez

#### VARIABLES LINGÜÍSTICAS

- **Variable Lingüística** (*Linguistic Variable*): Es una variable cuyos valores son palabras o sentencias (no números).
  - A menudo queremos **describir el estado de un objeto o fenómeno**: Para ello usamos una **variable** cuyo valor hace la descripción.
    - **Ejemplos**: Temperatura, Limpieza, Sabiduría...
  - Una variable lingüística admite que sus valores sean **Etiquetas Lingüísticas**, que son términos lingüísticos definidos como conjuntos difusos (sobre cierto **dominio subyacente**).
    - **Ejemplos**: Temperatura “**Cálida**”, o “**aproximadamente 25°C**” (#25).
      - El **dominio subyacente** es un dominio numérico: Los grados centígrados.
    - Un valor concreto, *crisp* (25°C, por ejemplo):
      - Es, en general, **más específico** que una **etiqueta lingüística**.
      - Es **un punto** del conjunto, mientras que una **etiqueta lingüística** es una **colección de puntos** (temperaturas posibles).
  - Hay variables cuya definición es más compleja porque se mueven en **dominios subyacentes poco claros** y no es natural trasladarlos a valores numéricos: Limpieza, Sabiduría, Verdor...



## VARIABLES LINGÜÍSTICAS

### • Utilidad de las Variables Lingüísticas:

- Es una forma de comprimir información (Zadeh 1994a,b) llamada *granulación* (*granulation*): Una etiqueta incluye muchos valores posibles.
- Ayuda a caracterizar fenómenos que o están mal definidos o son complejos de definir o ambas cosas (Zadeh 1975).
- Es un medio de trasladar conceptos o descripciones lingüísticas a descripciones numéricas que pueden ser tratadas automáticamente: Relaciona o traduce el proceso simbólico a proceso numérico.
- Usando el principio de extensión, muchas herramientas ya existentes pueden ser extendidas para manejar variables lingüísticas, obteniendo las ventajas de la lógica difusa en gran cantidad de aplicaciones.

### • Variable Lingüística: Definición formal (Zadeh, 1975): Es un conjunto de 5 elementos: $\langle N, U, T(N), G, M \rangle$

- **N** es el nombre de la variable y **U** dominio subyacente.
- **T(N)** es el conjunto de términos o etiquetas que puede tomar **N**.
- **G** es una gramática para generar las etiquetas de **T(N)**: “muy alto”, “no muy bajo”, “extremadamente normal”, “bajo y normal”...
- **M** es una regla semántica que asocia cada elemento de **T(N)** con un conjunto difuso en **U** de entre todos los posibles:  $M: T(N) \rightarrow F(U)$

3

## VARIABLES LINGÜÍSTICAS

### • Gramática G: Normalmente los símbolos terminales incluyen:

- **Un conjunto de términos primarios (*primary terms*):** Bajo, Alto...
- **Un conjunto de modificadores (*hedges*):** Muy, más o menos, completamente, especialmente, más, cerca de...
- **Un conjunto de conectivos lógicos:** Normalmente NOT, AND y OR.
  - A veces se llama **modificadores** (*modifiers*) también a los conectivos.

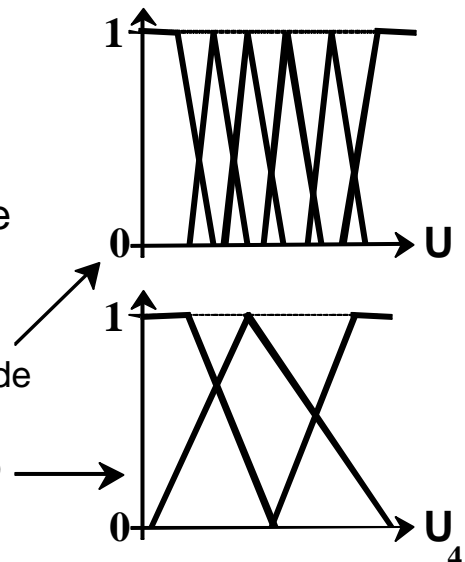
### • Las Funciones de Pertenencia suelen ser de uno de los tipos clasificados:

- Triangulares, Trapezoidales, Gamma...

### • Normalmente se usa un conjunto pequeño de valores para una variable lingüística.

Esto define su **GRANULARIDAD**:

- **Granularidad Fina (*fine*):** Define un gran número de valores para una variable lingüística.
- **Granularidad Gorda (*coarse*):** Define un pequeño número de valores.



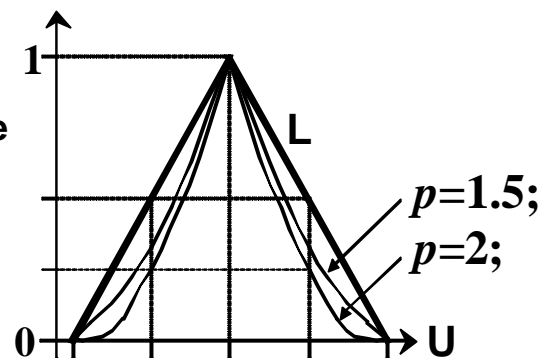
4

## MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS

- Una **Etiqueta Lingüística** se forma como una sucesión de los símbolos terminales de la gramática: Muy Alto, No Muy Bajo...
- Normalmente se definen los conjuntos difusos de los **términos primarios** y, a partir de éstos se calculan los conjuntos difusos de los **términos compuestos** (Zadeh, 1972).
- Cada **modificador** (*hedge*) es un **operador H** que transforma el conjunto difuso del término primario **L** al que afecta en otro conjunto difuso:
  - Básicamente, se usan las **operaciones siguientes** (MacVickar-Whelan, 1978; Zadeh, 1975):

- **Concentración:** Elevar a  $p$  con  $p > 1$ .

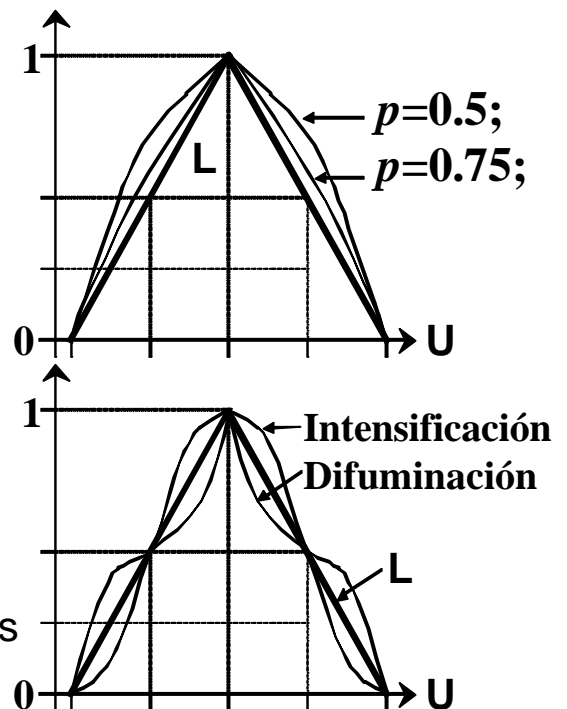
- “Muy L” o “Muy aproximadamente igual a L” ( $p=2$ ),  
“Más L” ( $p=1.5$ )...



5

## MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS

- **Dilatación:** Raíz  $n$ -ésima o elevar a  $p\hat{1}$  (0,1):
  - “Más o menos L” ( $p=0.5$ ),  
“Menos L”, “Poco L” ( $p=0.75$ )...
- **Intensificación del contraste:** Disminuir valores menores que 0.5 y aumentar los otros.
  - “Especialmente L”,  
“Bastante cerca de L”...
- **Difuminación:** Efecto contrario.
  - “Cerca de L”,  
“Casi L”...



6

## MODIFICADORES LINGÜÍSTICOS

- Pueden construirse **Nuevos Modificadores Lingüísticos** a partir de las expresiones anteriores:
  - “**Ligeramente L**”: Puede traducirse por “**L y no muy L**”.
    - L debe estar normalizado para que el resultado sea coherente.
  - Pueden definirse otras expresiones: “Entre L y M”, “Mucho mayor que L”, “Mucho menor que L”, “A partir de L”, “Mayor o igual que L”...
- **Aproximación Lingüística** (Zadeh, 1975; Pedrycz, 1993):
  - Puede asociarse una etiqueta (término simple) al resultado de un término compuesto: Ejemplo: “Muy Alto” o “Altísimo”.
  - Lo contrario se da cuando tenemos una etiqueta A con su conjunto difuso y queremos “aproximarla” a un término simple ( $T_i$ ) o compuesto con algún modificador ( $M_j$ ) de nuestra Variable Lingüística.
  - El algoritmo para esto tiene 2 pasos:
    - 1. Escoger el conjunto asociado al  $T_i$ , que más se parece al conjunto de A:  $A^* = \max_i (A \circ T_i)$ ;
    - 2. Mejorar la aproximación escogiendo el modificador que maximiza el parecido:  $M^* = \max_j (A \circ M_j A^*)$ ;

7

## CUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS

- **Cuantificadores Lingüísticos o Difusos:**
  - Se usan para medir (o cuantificar) la cantidad o la proporción de objetos o elementos que cumplen o satisfacen cierta condición.
  - En lógica clásica existen dos muy importantes:
    - “ (todo): Se refiere a todos los elementos u objetos.
    - \$ (existe): Se refiere al menos a uno de los elementos u objetos.
  - Usando lógica difusa existen más clasificados en dos categorías:
    - **Cuantificadores Absolutos:** Se refieren a una única cantidad determinada para medir si esa cantidad son “muchos”, “pocos”, “muchísimos”, “aproximadamente entre 6 y 9”, “aprox. más de 43”, “aprox. 8”...
      - Para evaluar la verdad de un cuantificador absoluto necesitamos una única cantidad.
    - **Cuantificadores Relativos:** Se refieren a una proporción de elementos respecto del total de los que existen. Por ejemplo: “la mayoría”, “la minoría”, “casi todos”, “casi ninguno”, “aprox. la mitad”...
      - Para evaluar la verdad necesitamos 2 cantidades: Los elementos que cumplen la condición y el total de elementos existentes.

8

## CUANTIFICADORES LINGÜÍSTICOS

- Los **Cuantificadores Difusos** se representan como conjuntos difusos con dominio subyacente en los números reales (Zadeh, 1983).
- El **Dominio Subyacente** está limitado dependiendo del tipo de cuantificador (Kacprzyk, Fredizzi, Nurmi, 1992; Yager, 1983; Zadeh, 1983):
  - **Cuantificadores Difusos Absolutos:**  $Q_{abs}: \mathbf{R}^+ \rightarrow [0,1]$
  - **Cuantificadores Difusos Relativos :**  $Q_{rel}: [0,1] \rightarrow [0,1]$ 
    - En los relativos, el cuantificador se aplica a la división del número de elementos que cumplen la condición entre el número de elementos totales.
- Las sentencias cuantificadas pueden ser de dos formas:
  - **$Q x$ 's son  $B$**   $\rightarrow$  Ej.: “La mayoría de los alumnos son jóvenes”
    - El grado de verdad de este tipo de sentencias se evalúa como:  $Q(r)$ , donde  $r = \text{Card}(B) / \text{Card}(X) = (\sum_i B(x_i))/n$ ;
      - Siendo  $X$  el universo de discurso de  $n$  elementos.
  - **$Q A x$ 's son  $B$**   $\rightarrow$  Ej.: “La mayoría de los alumnos altos son jóvenes”
    - Grado de verdad:  $Q(r)$ , donde  $r = \text{Card}(A \cap B) / \text{Card}(A)$ ;

9

## Bibliografía

- J. Kacprzyk, M. Fredizzi, H. Nurmi, “Fuzzy Logic with Linguistic Quantifiers in Group Decision Making”. In “An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems”, ed. R.R. Yager and L.A. Zadeh, pp. 263-280, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1992.
- P. MacVickar-Whelan, “Fuzzy Sets, the Concept of Height and the Hedge Very”. IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, 8, pp. 507-511, 1978.
- W. Pedrycz, “Fuzzy Control and Fuzzy Systems”. 2 ed. RSP Press, Somerset, Engl., 1993.
- R.R. Yager, “Quantifiers in the Formulation of Multiple Objective Decision Functions”. Information Sciences, 31, pp. 107-139, 1983.
- L.A. Zadeh, “A Fuzzy-Set-Theoretic Interpretation of Linguistic Hedges”. J. Of Cybernetics, 2(2), pp. 4-34, 1972.
- L.A. Zadeh, “The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning”. Information Sciences, 8, pp. 199-249, 1975 (part I), 8, pp. 301-357, 1975 (part II), 9, pp. 43-80, 1976 (part III).
- L.A. Zadeh, “A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Languages”. Computers and Mathematics with Applications, 9, pp. 149-184, 1983.
- L.A. Zadeh, “Soft Computing and Fuzzy Logic”. IEEE Software, 11(6), pp. 48-56, 1994a.
- L.A. Zadeh, “Fuzzy Logic, neural networks and Soft Computing”. Communications of the ACM, 3(3), pp. 77-84, 1994b.

10