Segundo Parcial de Métodos Matemáticos y Técnicas Computacionales

Duración total del examen: 3 horas

TEORÍA (4 puntos: 0.5 cada apartado, 45 minutos)

1. Enuncia el teorema dual.
2. ¿Qué es un grafo?
3. ¿En qué consiste un método PERT? Fases del método.
4. Función lagrangiana para el problema: optimizar $f(x_1, ..., x_n)$ sujeto a $g_i(x_1, ..., x_n) = b_i$, $i = 1, ..., m$. ¿Cómo utilizas esta función para obtener la solución del problema considerado?
5. Condiciones de Kuhn-Tucker para un problema de maximización con variables no restringidas en signo. ¿En qué casos son estas condiciones necesarias para que un punto sea máximo? ¿Cuándo son suficientes?
6. ¿Qué tipo de colas se representa por M/D/4/PLPS/∞/∞ según la notación de Kendall-Lee?
7. Fórmulas de Litte para colas
8. Método para generar números pseudoaleatorios.

OBSERVACIONES:

Se debe responder a cada pregunta de forma breve y concisa.

NO demuestre los resultados, sólo debe enunciarlos. **SÍ** debe definir previamente los elementos a los que haga referencia.

Segundo Parcial de Métodos Matemáticos y Técnicas Computacionales

PROBLEMAS (2 horas 15 minutos)

1. Una empresa fabrica dos productos A y B. La fabricación de cada producto requiere dos tipos de materiales M1 y M2 y un número de horas de trabajo. Los recursos necesarios para fabricar cada producto son:

RECURSO	A	B	DISPONIBLE
M1 (kg)	2	1	12
M2 (kg)	1	2	8
Horas de trabajo	2	3	24
BENEFICIO (kptas)	4	2	

Se pide

a) Maximizar los ingresos empleando los recursos disponibles. (0.5) (Utiliza el método del símplex sobre el problema primal o sobre el problema dual según estimes conveniente para contestar a esta pregunta)

b) Realiza un análisis de sensibilidad con respecto a la variación en las horas de trabajo disponibles. ¿Cuál sería el beneficio máximo si se dispusiera de 20 horas de trabajo? ¿Y si se dispusiera de 12 horas?(1.5)

2. En una piscifactoría clasifican las truchas por su tamaño en dos tipos: inmaduras y maduras. Cada semana muere 1/12 de las inmaduras, 1/6 se trasladan a otra piscifactoría, 1/4 pasa a formar parte de las truchas listas para el consumo y el resto permanecen en la piscifactoría como inmadura. En el mismo período, 1/6 de las truchas maduras se mueren, 1/2 se trasladan a la otra piscifactoría y el resto permanece en la piscifactoría.

a) Modela esta situación utilizando cadenas de Markov. Concretamente especifica los estados, la matriz de probabilidades de transición y el grafo que representa los cambios de estado. (0.75)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una trucha inmadura se traslade finalmente a la otra piscifactoría? (0.5)

c) ¿Cuántas semanas esperamos que una trucha inmadura permanezca en la piscifactoría? (0.5)

3. En un taller con una sola máquina se reciben trabajos de forma aleatoria. El tiempo entre llegadas es exponencial con media 1 hora. El tiempo necesario para procesar el trabajo sigue una distribución de Erlang con parámetro de forma 3 y de rápidez 6.

a) ¿Cómo simularía el tiempo que tarda en producirse la primera llegada? (0.25)

b) ¿Cómo simularía el tiempo que tardaría en ejecutarse un trabajo? (0.5)

c) Construya un modelo que simule el funcionamiento del taller durante 5 horas, suponiendo que inicialmente la máquina está desocupada, no hay trabajos en cola y la primera llegada se produce de forma aleatoria. Especifique:

1) Variables que utiliza en el modelo (0.25)
2) Valores iniciales para todas las variables (0.25)
3) Diagrama de flujo (o pseudocódigo equivalente) con la secuencia de pasos de la simulación (1)