Examen Segundo Parcial — Métodos Matemáticos y Técn. Comp.

Profesor Francisco R. Villatoro — 29 de Mayo de 1999

NO SE PERMITEN NI APUNTES, NI FORMULARIOS

1. Sea K un triángulo cuyos nodos son los puntos $a^1, a^2, a^3 \in \mathbb{R}^2$, las funciones base nodales $\lambda_i \in \mathcal{P}^1(K)$, $i = 1, 2, 3$, son tales que

$$\lambda_i(a^j) = \delta_{ij},$$

es decir, la delta de Kronecker. Escribe explícitamente las fórmulas para las funciones λ_i.

2. En el dominio $\Omega \times I$ donde Ω es triangulado mediante $\mathcal{T}_n = \{K\}$ con función malla h_n e I es dividido en subintervalos temporales $I_n = (t_{n-1}, t_n)$, definimos $S_n = \Omega \times I_n$ y el espacio de búsqueda $W_k^{(r)}$ como el espacio de funciones v tales que

$$W_k^{(r)} = \left\{ v(x,t) : v|_{S_n} \in W_{kn}^{(r)}, (x,t) \in \Omega \times I \right\},$$

$$v|_{S_n} \in W_{kn}^{(r)} = \left\{ v(x,t) : v(x,t) = \sum_{j=0}^{r} t^j\, \psi_j(x), \psi_j \in V_n, (x,t) \in S_n \right\},$$

donde $V_n = V_{h_n}$ es el espacio de polinomios lineales a trozos continuos que son nulos en $\Gamma = \partial\Omega$ asociado a $\mathcal{T}_n$. Defina un conjunto de funciones base de los espacios

a) $W_{kn}^{(0)}$,

b) $W_{kn}^{(1)}$.

Escriba, basándose en los espacios anteriores, la formulación variacional del método cG(1)dG(0) para la ecuación

$$\dot{u} - \mu\, \Delta\, u = 0, \qquad x \in \Omega \in \mathbb{R}^p, \qquad u(\delta\Omega) = 0.$$

Escriba el sistema lineal asociado a este método numérico en $\mathbb{R}^p$. No es necesario que detalle el cálculo de las integrales de las funciones que aparecen en dicho sistema lineal. ¿Cuántas diagonales no nulas tiene la matriz de coeficientes del sistema lineal en $\mathbb{R}^p$.

3. Calcule los puntos óptimos de la función

$$F(x, y, z) = x^2 + 2\,x\,y + y^2 + 2 - 3\,x + z,$$

y del problema

$$F(x, y, z), \qquad \text{S.A.} \quad x + y + z = 1, \quad x - y - 5\,x \geq 0, \quad z \geq 0.$$

4. Resuelva el problema de programación lineal

$$\text{Max. } 3\,x{+}2\,y, \qquad \text{S.A.} \quad 3\,x{+}4\,y \leq 240, \quad x{+}y \geq 50, \quad x \geq 0, \quad y\,\text{s.r.p.},$$

(a) gráficamente, (b) mediante el SIMPLEX, (c) determine su dual, (d) determine la solución del dual, (e) estudio la sensibilidad de este problema para variaciones en sus costes.

PUNTUACIÓN DE LOS APARTADOS: 1, 3'5, 1'5, 4.