Examen FINAL DOS Parciales — Métodos Matemáticos y Técn. Comp.

Nombre del Alumno: DNI:

NO SE PERMITEN NI APUNTES, NI FORMULARIOS, NI CALCULADORA

DURACIÓN: 3:30 horas PUNTUACIÓN:

1. Consideremos una empresa de muebles que fabrica estanterías (EST), mesas (MES) y sillas (SIL), a un precio por unidad de 6, 3 y 2 Mil Ptas/unidad, respectivamente. Cada uno de estos productos requiere una serie de horas de trabajo en los departamentos de gestión de la madera (MAD), carpintería (CAR) y ebanistería (EBA), en los que tiene 5, 4y 3 empleados, respectivamente, que trabajan 40 horas semanales durante 5 días. La siguiente tabla indica las horas que cada producto requiere en cada departamento:

	EST	MES	SIL
MAD	8	6	1
CAR	4	3	1
EBA	4	2	2

Queremos maximizar el beneficio diario de la empresa. Para ello plantearemos un problema de programación lineal:

a) Determine las variables de decisión para este problema:

$$x_i =$$

donde i=1 para EST, 2 para MES y 3 para SIL.

b) Función objetivo (maximizar beneficios en Miles Ptas. diarios)

c) Restricciones para el problema

d) Aplicando el método del SIMPLEX determina la solución de este problema $(\cdots x_i \cdots ; z)$:

e) Considere el problema dual. Escriba sus variables de decisión e interprete su significado:

$$y_i =$$

f) Describa la función objetivo del problema dual

g) Restricciones para el problema

h) Determine la solución del problema dual $(\cdots y_i \cdots ; z)$:

2. Consideremos el problema del inventario de una empresa que fabrica barcos de vela. La demanda que recibe durante el año, que satisface semestre a semestre, es

Semestre	1	2
Demanda	40	60

Al comienzo del primer semestre la empresa dispone un stock de 10 barcos. Durante cada semestre puede producir hasta 40 barcos por semestre, con un coste por barco de 400 Mil Ptas por barco.

Si se produce un barco usando horas extra esto supone un incremento de 50 Mil Ptas.

Al final de cada semestre, los barcos que no vende los almacena y el coste de almacenaje es de 20 Mil Ptas por barco, independiente de si el barco se ha fabricado durante el comienzo del semestre o al final del mismo.

Determinaremos un plan de producción que minimice la suma de los costes de producción e inventario durante el primer año (primeros dos semestres). Para ello vamos a utilizar un problema de programación lineal para minimizar el coste anual:

a) Describa las variables de decisión que utilizaría en este problema:

b) Describa la función objetivo (minimizar coste anual en Miles de Ptas.)

c) Describa las restricciones de este problema

d) Describa la primera tabla del método del SIMPLEX aplicado al problema

$BASE$	C_B	SFB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x												
x												
x												
x												

e) Indique cuál es la solución óptima de este problema $(\cdots x_i \cdots ; z)$ (Note que no es necesario resolver el problema por el SIMPLEX, pero que si lo hace, dada su longitud deje este problema para el último del examen):

3. Para la ecuación parabólica auto-adjunta

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(a(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right), \qquad \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = t = \frac{\partial u}{\partial x}(L,t), \quad u(x,0) = u_0(x),$$

podemos usar un método de Crank-Nicolson aplicado a la semi-discretización (sólo espacial) auto-adjunta

$$\frac{du_j(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta x^2}\delta_x(a_i\delta_x)u_j(t),$$

donde δ_x es el operador en diferencias $E^{1/2} - E^{-1/2}$, y $Eu_j = u_{j+1}$.

a) Detalla la expresión del método de Crank-Nicolson semi-discreto.

b) Desarrolla los operadores en diferencias y detalla la ecuación en diferencias parciales resultante del método.

c) Cuál es el orden de consistencia de este método.

d) Detalla sus términos del error de truncado.

e) Detalla un tratamiento para las condiciones iniciales que tenga el mismo orden de consistencia que el método.

f) Detalla un tratamiento para las condiciones contorno que tenga el mismo orden de consistencia que el método.

g) Suponiendo $a(x)$ constante, aplica el método de von Neumann para el análisis de la estabilidad del método.

h) ¿Podrías estudiar la estabilidad del método completo incluyendo condiciones de contorno utilizando el método de von Neumann?

¿SI o NO?

i) Detalla la aplicación del método de Newton para la resolución de las ecuaciones del método de Crank-Nicolson completamente discreto.