SOLO SEGUNDO PARCIAL — Métodos Matemáticos y Técn. Comp.
DURACIÓN 3:30 horas — 14 de Septiembre de 2000
NO SE PERMITEN APUNTES, FORMULARIOS O CALCULADORA

ALUMNO: DNI:

1. Determina los puntos óptimos de la función

$$x + x^2 + 3\,x\,z - z^2 + \sin^2(y).$$

   *a*) Determine todos sus puntos críticos.

   *b*) Para el punto crítico de menor $|y|$.

      1) Evalúe el determinante de la matriz hessiana.

      2) Tienen todos los autovalores de la matriz hessiana el mismo signo (¿cuál es?).

      3) Es un máximo, mínimo o punto de silla.

   *c*) Para el punto crítico de menor $y$ positivo.

      1) Evalúe el determinante de la matriz hessiana.

      2) Tienen todos los autovalores de la matriz hessiana el mismo signo (¿cuál es?) .

      3) Es un máximo, mínimo o punto de silla.

2. Resuelva el problema

$$\text{Max.} \quad x^2 + (y-2)^2, \qquad \text{S.A.} \quad x + y \leq 0, \quad x \leq 2,$$

donde $x$ e $y$ no están restringidas en signo.

*a*) Escriba la lagrangiana de este problema:

*b*) Escriba las condiciones de Kuhn-Tucker para este problema:

1) Las condiciones relativas a las derivadas de la Lagrangiana respecto las variables del problema:

2) Las condiciones relativas a las derivadas de la Lagrangiana respecto a los multiplicadores de Lagrange:

3) Las condiciones de activación/desactivación de restricciones:

4) Las condiciones relativas a los signos de variables y multiplicadores de Lagrange:

*c*) Determine las soluciones $(x, y, \lambda_1, \lambda_2)$ de las condiciones de Kuhn-Tucker de igualdad:

1) Para $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = 0$:

2) Para $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 \neq 0$:

3) Para $\lambda_1 \neq 0$ y $\lambda_2 = 0$:

4) Para $\lambda_1 \neq 0$ y $\lambda_2 \neq 0$:

*d*) Cuales de las soluciones anteriores son máximos locales de este problema:

*e*) La región factible de este problema es un conjunto compacto.

*f*) Cuál es el mínimo global de este problema:

3. Considere el problema de programación lineal

$$\min \quad 15y_1 + 10y_2, \qquad y_1, y_2 \geq 0,$$

$$\text{S.A.} \quad 3y_1 + 5y_2 \geq 11 \equiv b_1, \quad 5y_1 + 2y_2 \geq 4 \equiv b_2,$$

*a*) Aplique el método de las dos fases para resolver este problema. Cuál es la primera tabla SIMPLEX de la segunda fase (tras finalizar la primera fase):

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| $BASE$ | $C_B$ | $SFB$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

*b*) Cuál es la última tabla SIMPLEX de la segunda fase:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| $BASE$ | $C_B$ | $SFB$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

*c*) Cuál es la solución de este problema $(x_1, x_2; z)$:

*d*) Cuál es la solución del problema dual de este problema $(y_1, y_2; z)$:

*e*) Analice la sensibilidad de los recursos de este problema y obtenga intervalos que mantengan el vértice óptimo:

*f*) Analice la sensibilidad de los costes de este problema y obtenga intervalos que mantengan el vértice óptimo:

*g*) Cuál es el incremento $\Delta z$ en la solución óptima para $b_1 = 10$ y para $b_2 = 3$

*h*) Cuál es el incremento $\Delta z$ en la solución óptima para $b_1 = 1$ y para $b_2 = 3$

4. Tenemos que suministrar electricidad a cuatro grandes ciudades (A, B, C, y D) a partir de tres centrales distintas (1, 2 y 3). Cada ciudad tiene una demanda de potencia eléctrica (DEM en MKw/h) y cada central una potencia máxima suministrable (SUM en MKw/h). El coste del transporte de esta electricidad entre las centrales y las ciudades es

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $SUM$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 35 |
| 2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 50 |
| 3 | 14 | 9 | 16 | 5 | 40 |
| $DEM$ | 45 | 20 | 30 | 30 | 125 |

*a*) Si queremos minimizar el coste del suministro de la electricidad, qué variables de decisión tenemos que tomar:

$$x_{ij} = \text{ MKw/h que suministra la central } i \text{ a la ciudad } j,$$

$$i \in \{1, 2, 3\}, \qquad j \in \{\text{A, B, C, D}\}, \qquad \text{Hay 12 variables}$$

*b*) ¿Cuál es la función objetivo a minimizar?

*c*) Escriba las restricciones de suministro (note que el problema está equilibrado)

*d*) Escriba las restricciones de demanda (note que el problema está equilibrado)

*e*) Escriba otras restricciones que sean necesarias (si las hubiera) *f*) Si quisiera resolver este problema mediante el método SIMPLEX, escriba la forma estándar de este problema (Max, $A = b$ y $x \geq 0$) minimizando el número de restricciones y variables de holgura $x_{hi}$ (aproveche que el problema esta equilibrado):

*g*) Crees que este problema tiene solución única.

PUNTUACIÓN DE LOS APARTADOS: