LOS DOS PARCIALES Métodos Matemáticos y Técn. Comp.

Nombre del Alumno: DNI:

NO SE PERMITEN NI APUNTES, NI FORMULARIOS, NI CALCULADORA

DURACIÓN: 3:30 horas PUNTUACIÓN:

1. Tenemos que suministrar electricidad a cuatro grandes ciudades (A, B, C, y D) a partir de tres centrales distintas (1, 2 y 3). Cada ciudad tiene una demanda de potencia eléctrica (DEM en MKw/h) y cada central una potencia máxima suministrable (SUM en MKw/h). El coste del transporte de esta electricidad entre las centrales y las ciudades es

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $SUM$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 6 | 10 | 9 | 35 |
| 2 | 9 | 12 | 13 | 7 | 50 |
| 3 | 14 | 9 | 16 | 5 | 40 |
| $DEM$ | 45 | 20 | 30 | 30 | 125 |

   a) Si queremos minimizar el coste del suministro de la electricidad, qué variables de decisión tenemos que tomar:

$$x_{ij} = \text{ MKw/h que suministra la central } i \text{ a la ciudad } j,$$

$$i \in \{1, 2, 3\}, \qquad j \in \{\text{A, B, C, D}\}, \qquad \text{Hay 12 variables}$$

   b) ¿Cuál es la función objetivo a minimizar?

   c) Escriba las restricciones de suministro (note que el problema está equilibrado)

   d) Escriba las restricciones de demanda (note que el problema está equilibrado)

   e) Escriba otras restricciones que sean necesarias (si las hubiera) *f*) Si quisiera resolver este problema mediante el método SIMPLEX, escriba la forma estándar de este problema (Max, $A = b$ y $x \geq 0$) minimizando el número de restricciones y variables de holgura $x_{hi}$ (aproveche que el problema esta equilibrado):

*g*) Crees que este problema tiene solución única.

2. Determina los puntos óptimos de la función

$$x + x^2 + 3\,x\,z - z^2 + \sin^2(y).$$

*a*) Determine todos sus puntos críticos.

*b*) Para el punto crítico de menor $|y|$.

1) Evalúe el determinante de la matriz hessiana.

2) Tienen todos los autovalores de la matriz hessiana el mismo signo (¿cuál es?).

3) Es un máximo, mínimo o punto de silla.

3. Para la ecuación parabólica auto-adjunta

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(a(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right), \qquad \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = t = \frac{\partial u}{\partial x}(L,t), \quad u(x,0) = u_0(x),$$

podemos usar un método de Crank-Nicolson aplicado a la semi-discretización (sólo espacial) auto-adjunta

$$\frac{du_j(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta x^2}\delta_x(a_i\delta_x)u_j(t),$$

donde $\delta_x$ es el operador en diferencias $E^{1/2} - E^{-1/2}$, y $Eu_j = u_{j+1}$.

*a*) Detalla la expresión del método de Crank-Nicolson semi-discreto.

*b*) Desarrolla los operadores en diferencias y detalla la ecuación en diferencias parciales resultante del método.

*c*) Cuál es el orden de consistencia de este método.

*d*) Detalla sus términos del error de truncado.

*e*) Detalla un tratamiento para las condiciones iniciales que tenga el mismo orden de consistencia que el método.

*f*) Detalla un tratamiento para las condiciones contorno que tenga el mismo orden de consistencia que el método.

*g*) Suponiendo $a(x)$ constante, aplica el método de von Neumann para el análisis de la estabilidad del método.

*h*) ¿Podrías estudiar la estabilidad del método completo incluyendo condiciones de contorno utilizando el método de von Neumann?

¿SI o NO?

*i*) Detalla la aplicación del método de Newton para la resolución de las ecuaciones del método de Crank-Nicolson completamente discreto.