Primera práctica voluntaria | Métodos Matemáticos y Técn. Comp.
Profesor Francisco R. Villatoro | 14 de Noviembre de 1998

Como colofón a la demostración del teorema fundamental del cálculo que se ha presentado en clase y que está basada en aplicar una regla de integración parecida a la del rectángulo (se aproxima el integrando por una función constante a trozos donde el valor constante es el máximo del integrando en cada subintervalo, en lugar del valor de la función en el punto medio del subintervalo), se ha obtenido una estimación a posteriori del error

$$|u(x) - U_N(x)| \leq \sum_{j=1}^{m} \left(\max_{[x_{j-1},x_j]} |f'|\, h \right) h.$$

Esta estimación del error se puede utilizar para desarrollar métodos de integración adaptativa mediante funciones constantes a trozos. En clase se han presentado dos algoritmos de adaptación de malla:

a) Elegir los pasos de la malla mediante la ecuación no lineal (x_j depende de h_j)

$$h_j = \frac{\mathrm{TOL}}{(x-a)\, \max_{[x_{j-1},x_j]} |f'|}, \qquad j = 1, 2, \ldots, m.$$

b) Equidistribución del error mediante la ecuación no lineal (m y x_j dependen de h_j)

$$h_j^2 = \frac{\mathrm{TOL}}{m\, \max_{[x_{j-1},x_j]} |f'|}, \qquad j = 1, 2, \ldots, m.$$

Se pìde:

1) Desarrollar un programa (función) en Matlab que permita calcular la integral definida de una función utilizando la regla del rectángulo.

*2) Desarrollar un programa en Matlab que permita calcular una integral definida mediante la regla de integración adaptativa basada en la regla del rectángulo y en elegir la malla según (a). ¿Cómo has estimado $|f'|$ y su máximo en cada subintervalo?

*3) Idem pero basado en (b).

4) Comparar los resultados de los tres métodos para las funciones $\sin(x)$ y $\sin(1/x)$ en el intervalo de integración $x \in [0{,}1, 1]$, y sacar las conclusiones que se estimen oportunas.