

Programación (Optimización) No Lineal con Restricciones.

1. Determine los máximos y mínimos de las siguientes funciones:

a)

$$F(x, y) = xy, \quad \text{S.A. } 4x + 3y = 7,$$

b)

$$F(x, y) = x + y, \quad \text{S.A. } \ln x + \ln y = 1,$$

c)

$$F(x, y) = x^2 - y^2 + z^2, \quad \text{S.A. } x + y + z = 1, \quad x - y - 5z = 0,$$

d)

$$F(x, y) = 3x + 2y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 = 4,$$

2. Una compañía planea gastar 10,000\$ en publicidad. Anunciarse en televisión cuesta 3,000\$/minuto, y en la radio 1,000\$/minuto. Si la compañía compra x minutos en televisión e y minutos en radio, su beneficio en miles de dólares viene dado por

$$f(x, y) = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y,$$

¿cómo puede maximizarse dicho beneficio?

3. Sea $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$,

a) pruebe que F es convexa en \mathbb{R}^3 ;

b) encuentre los puntos críticos de F en \mathbb{R}^3 ;

c) ¿tendrán los mismos puntos óptimos los problemas?

1)

$$\text{OPT. } F(x, y, z), \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,$$

2)

$$\text{OPT. } F(x, y, z), \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 + z^2 = 1;$$

d) resuelva el problema 2.c.ii por sustitución.

4. Utilice las condiciones de Kuhn-Tucker para resolver los siguientes problemas:

a)

$$\text{MAX. } z = x - y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 \leq 1,$$

b)

$$\text{MAX. } z = \sqrt{x} + \sqrt{y}, \quad \text{S.A. } x + y \leq 2, \quad x, y \geq 0,$$

c)

$$\text{MAX. } z = 3x^2 + 2y^2, \quad \text{S.A. } x + y \leq 3, \quad x, y \geq 0,$$

5. Dado el siguiente problema, calcule los puntos candidatos a óptimos mediante las condiciones de Kuhn-Tucker, y determine gráficamente cuales lo son realmente

$$\text{MAX. } F(x, y) = x^2 + y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 \leq 1.$$

6. El coste de una hora de trabajo es de 2\$, y el de comprar una unidad de capital 1\$. Si se dispone de T horas de trabajo y K unidades de capital, entonces puede producirse un número de máquinas igual a

$$T^{2/3} K^{1/3}.$$

Si se dispone de 10\$, ¿cuál es el máximo de máquinas que pueden producirse?

7. Una compañía cervecera ha dividido Málaga en dos zonas. Si se gastan x_1 y x_2 dólares en promoción en las zonas 1 y 2, respectivamente, el número de cajas de cerveza que pueden venderse en cada zona es de $6x_1^{1/2}$ y $4x_2^{1/2}$, respectivamente. Cada caja de cerveza se vende en la zona 1 por 10\$ y requiere gastos de producción y transporte de 9\$. Cada caja vendida en la zona 2 requiere 4\$ en gastos y aporta 9\$ en beneficios.

Si se dispone de 100\$ para promoción, ¿cómo pueden maximizarse los beneficios? Si se gasta 1\$ más en promoción ¿en cuánto aumentan los beneficios?