Décima relación de problemas — Métodos Matemáticos y Técn. Comp.
Profesor Francisco R. Villatoro — 12 de Abril de 1999

Elementos Finitos para Ecuaciones Hiperbólicas.

1. Determine (o demuestre) la fórmula de D'Alembert para la solución del problema

$$\begin{cases} \ddot{u} - u'' = f, & \mathbb{R} \times (0,\infty), \\ u(x,0) = u_0(x), \quad \dot{u}(x,0) = \dot{u}_0(x), & x \in \mathbb{R}. \end{cases} \tag{1}$$

2. Describa en detalle el método cG(1) (aproximación lineal a trozos en tiempo y en espacio, continuo en espacio y sólo continuo en tiempo cuando la malla no cambia entre pasos de tiempo) presentado en clase para la resolución de la ecuación unidimensional

$$\begin{cases} \ddot{u} - u'' = f, & \mathbb{R} \times (0,\infty), \\ u(x,0) = u_0(x), \quad \dot{u}(x,0) = \dot{u}_0(x), & x \in \mathbb{R}, \\ u(x_1) = 0 = u(x_2), & x_1 < x_2, t > 0. \end{cases} \tag{2}$$

Suponga que la malla espacial puede variar de un paso temporal a otro.

3. Describa los cambios necesarios en la solución del problema anterior para adaptarlo a la resolución de la ecuación unidimensional

$$\begin{cases} \ddot{u} - u'' = f, & \mathbb{R} \times (0,\infty), \\ u(x,0) = u_0(x), \quad \dot{u}(x,0) = \dot{u}_0(x), & x \in \mathbb{R}, \\ \dot{u}(x_1) = 0 = \dot{u}(x_2), & x_1 < x_2, t > 0. \end{cases} \tag{3}$$

4. Demuestre que el método cG(1) es conservativo.