Francisco R. Villatoro y Carmen M. García 23 de Abril de 2003

Programación no lineal sin restricciones.

1. Hallar los puntos óptimos de las siguientes funciones:
   (a) $F(x,y,z) = x^2 + 3y^2 - 2z^2$
   (b) $F(x,y) = -xy$
   (c) $F(x,y) = x^3 - 4xy^2$
   (d) $F(x,y) = x^3 + 2y^3$
   (e) $F(x,y,z) = x + y - x^2 - y^2 - z^2$

2. Discutir la existencia de puntos críticos de la función $F(x,y,z) = Ln(xz) - y(x - z + 1)$

3. Determinar los intervalos en los que $f(x) = x + \frac{4}{x}$ es cóncava o convexa.

4. Determinar los puntos óptimos de las siguientes funciones:
   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} 2 - (x-1)^2, & 0 \leq x \leq 3 \\ -3 + (x-4)^2, & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$
   (b)
   $$f(x) = \begin{cases} -x^3, & -1 \leq x \leq 1 \\ -13 + x^2, & 1 < x \leq 4 \end{cases}$$
   (c)
   $$f(x) = \begin{cases} e^{(x-\pi)^2}, & 0 \leq x \leq \pi \\ sin(x - \frac{\pi}{2}), & \pi < x \leq 2\pi \\ \frac{2}{x}, & 2\pi < x \leq 8 \end{cases}$$

5. Una compañía tiene unos costos variables de 100 euros por cada acondicionador de aire que produce, más un costo fijo de 5000 euros si produce al menos uno. Si la compañía gasta x^2 euros en publicidad puede vender x acondicionadores a 300 euros cada uno.

(a) ¿Cómo puede maximizarse el beneficio?

(b) Si el costo fijo de producir al menos un acondicionador fuese 20000 euros, ¿que debería hacer la compañía?

6. Si se producen x unidades de un producto se pueden cobrar a $100 - 4x$ euros la unidad. El costo fijo de producción es 50 euros y el costo por unidad producida 3 euros.

   (a) ¿Cómo puede maximizarse el beneficio?

   (b) Si debe pagarse un impuesto de 2 euros por unidad, ¿se debe aumentar o disminuir la producción para maximizar de nuevo el beneficio?

7. Utiliza el método del ascenso o descenso más rápido para aproximar la solución de los siguientes problemas:

   (a) minimizar $z = (x_1 - \sqrt{5})^2 + (x_2 - \pi)^2 + 10$ usando como punto inicial $x_0 = (6.59, 5.89)$

   (b) maximizar $z = -(x_1 - 3)^2 - (x_2 - 2)^2$, usando como punto inicial $x_0 = (1, 1)$.

8. Utiliza el método de la búsqueda dicotómica para aproximar la solución del problema

$$\text{maximizar } z = -3x^2 + 2 \text{ con } x \in [-1, 1]$$

   con un intervalo de incertidumbre de longitud menor que 0.25.