

Optimización No Lineal con Restricciones.

1. Determine los extremos locales de las siguientes funciones:

(a)

$$F(x, y) = x y, \quad \text{S.A. } 4x + 3y = 7,$$

(b)

$$F(x, y) = x + y, \quad \text{S.A. } \ln x + \ln y = 1,$$

(c)

$$F(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2, \quad \text{S.A. } x + y + z = 1, \quad x - y - 5z = 0,$$

(d)

$$F(x, y) = 3x + 2y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 = 4,$$

2. Una compañía planea gastar 10000 euros en publicidad. Anunciarse en televisión cuesta 3000 euros/minuto, y en la radio 1000 euros/minuto. Si la compañía compra x minutos en televisión e y minutos en radio, su beneficio en miles de euros viene dado por

$$f(x, y) = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y,$$

¿cómo puede maximizarse dicho beneficio?

3. Sea $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$,

(a) pruebe que F es convexa en \mathbb{R}^3 ;

(b) encuentre los puntos críticos de F en \mathbb{R}^3 ;

(c) ¿tendrán los mismos puntos óptimos los problemas?

i.

$$\text{OPT. } F(x, y, z), \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,$$

ii.

$$\text{OPT. } F(x, y, z), \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 + z^2 = 1;$$

(d) resuelva el problema 2.c.ii por sustitución.

4. Utilice las condiciones de Kuhn-Tucker para resolver los siguientes problemas:

(a)

$$\text{MAX. } z = x - y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 \leq 1,$$

(b)

$$\text{MAX. } z = \sqrt{x} + \sqrt{y}, \quad \text{S.A. } x + y \leq 2, \quad x, y \geq 0,$$

(c)

$$\text{MAX. } z = 3x^2 + 2y^2, \quad \text{S.A. } x + y \leq 3, \quad x, y \geq 0,$$

5. Dado el siguiente problema, calcule los puntos candidatos a óptimos mediante las condiciones de Kuhn-Tucker, y determine cuáles lo son

$$\text{MAX. } F(x, y) = x^2 + y, \quad \text{S.A. } x^2 + y^2 \leq 1.$$

6. Una compañía cervecera ha dividido Málaga en dos zonas. Si se gastan x_1 y x_2 euros en promoción en las zonas 1 y 2, respectivamente, el número de cajas de cerveza que pueden venderse en cada zona es de $6x_1^{1/2}$ y $4x_2^{1/2}$, respectivamente. Cada caja de cerveza se vende en la zona 1 por 10 euros y requiere gastos de producción y transporte de 7 euros. Cada caja vendida en la zona 2 requiere 4 euros en gastos y se vende por 9 euros. Si se dispone de 100 euros para promoción, ¿cómo pueden maximizarse los beneficios? Si se gasta 1 euro más en promoción ¿en cuánto aumentan los beneficios?