

Examen Primer Parcial (ENF)

Profesor Francisco R. Villatoro  
DURACIÓN : 3 HORAS

TÉCNICAS NUMÉRICAS, plan nuevo  
TÉCNICAS COMPUTACIONALES, plan antiguo  
17 de Abril de 1999  
NO SE PERMITEN APUNTES

1. Aproxime la exponencial cerca de  $x = 0$  por la expresión de Padé

$$\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}.$$

2. Sea el sistema lineal

$$\begin{aligned} 10x_1 - x_2 &= 9 \\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 &= 7 \\ -3x_2 + 10x_3 &= 3 \end{aligned}.$$

Escriba el método iterativo de Gauss-Seidel. ¿Converge dicho método? ¿Es definida positiva la matriz de coeficientes?. Determine las tres primeras iteraciones de dicho método tomando como valores iniciales  $x = 0$ . Desarrolle un método de relajación basado en Gauss-Seidel. Determine el parámetro de relajación  $w$  óptimo (es decir, el de convergencia más rápida). Escriba las 3 primeras iteraciones del método de relajación con la  $w$  óptima tomando como valores iniciales  $x = 0$ .

3. Para la ecuación  $x - \tanh(x - 1) = 0$ , indique cuántas raíces tiene y acote cada una de estas raíces. Para calcular cualquiera de estas raíces vamos a estudiar la iteración de Picard con relajación

$$x = x + \mu(\tan x - x).$$

Determine las condiciones generales bajo las que converge este método. Para la raíz positiva más pequeña determine un intervalo para la condición inicial y otro para el parámetro de relajación en el que quede garantizado que el método converge a dicha raíz.

PUNTUACIÓN DE LOS PROBLEMAS: 3, 4, 3.