

TIPO A

1. Para evaluar numéricamente la función exponencial en un intervalo finito  $[a, b]$  se puede utilizar la teoría de la aproximación de Sturm-Liouville, basada, por ejemplo, en polinomios ortogonales de Legendre. Determine también la fórmula general para la aproximación mínimo cuadrática de la función exponencial en el intervalo  $[a, b]$  mediante polinomios de Legendre. Calcule los polinomios de Legendre de grado menor o igual que dos mediante el procedimiento de ortogonalización de Gram-Schmidt, suponiendo que conoce que  $L_0(x) = 1$  y  $L_1(x) = x$ . Calcule la aproximación cuadrática de tipo mínimo-cuadrática de la función exponencial.
2. Determine la fórmula de integración gaussiana basada en polinomios de Legendre (fórmula de Gauss-Legendre) exacta hasta orden dos (polinomios cuadrados).
3. Para resolver el problema de valores iniciales  $y' = f(x, y)$  podemos utilizar el método numérico

$$y_{n+1} - y_n = \frac{h}{24} (\alpha f_n - 59 f_{n-1}).$$

Para qué valores de  $\alpha$  es dicho método consistente. ¿Qué orden de consistencia tiene dicho método? Determine los intervalos de estabilidad fuerte, absoluta y relativa de dicho método. ¿Es convergente dicho método?

4. Vamos a resolver el problema de valores de contorno

$$-(a(x) u'(x))' = 1 + f(x), \quad 0 < x < 1,$$

con condiciones de contorno de Dirichlet homogéneas mediante el método de Galerkin espectral basado en polinomios trigonométricos en seno. Primero, escriba la formulación variacional de dicho problema. Luego, escriba las fórmulas generales de los coeficientes del sistema de ecuaciones lineales resultante. Para calcular las integrales, utilice el método de integración de la regla del trapecio.

5. Sea la matriz  $\{ A = \begin{pmatrix} 2'6141 & -10'087 & -2'4480 & -2'24727 \\ -5'5345 & 4'6668 & 3'5719 & 2'8753 \\ 0 & -0'28730 & 0'14546 & 0'10900 \\ 0 & 0 & 0 & 3'5736 \end{pmatrix}, \}$  *tiene como autovalor*  $3'5736$

que se obtiene por medio de dicho procedimiento a partir de la matriz dada.