

PRIMER PARCIAL: 2:30 HORAS DE DURACIÓN

1. Vamos a calcular los siete ceros de  $x^7 - 1 = 0$  utilizando el método de Newton. Proceda como sigue:
  - a) Calcule los ceros de dicho polinomio de forma exacta.
  - b) Suponga que  $x$  es un número complejo  $x = a + ib$  y escriba un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.
  - c) Escriba la iteración funcional del método de Newton para dicho sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.
  - d) Bajo qué condiciones matemáticas (generales) converge el método de Newton para sistemas de ecuaciones.
  - e) Para cada una de las siete raíces, determine un valor inicial para la iteración del método de Newton tal que dicho método converja; para ello, aplique las condiciones del apartado anterior.
  - f) Utilizando las siete estimaciones iniciales anteriores, itere el método de Newton hasta obtener las siete raíces con 3 dígitos de precisión.
  - g) ¿Cómo comprobaría numéricamente, es decir, a partir de los resultados del apartado anterior, que el método de Newton es de segundo orden? Hágalo para las siete raíces. ¿Qué resultado obtiene?

SEGUNDO PARCIAL: 2:30 HORAS DE DURACIÓN

1. Para el método numérico de Adams-Moulton

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9 f_{n+1} + 19 f_n - 5 f_{n-1} + f_{n-2}),$$

realice los siguientes apartados:

- a) Utilizando desarrollo en serie de Taylor, determine los términos del error de truncado ( $y' = f + T.E.T.$ ) y el orden de consistencia de dicho método.
- b) ¿Bajo qué condiciones matemáticas converge un método de Adams-Moulton cualquiera? ¿Converge el método presentado más arriba?.
- c) Escriba el polinomio característico de dicho método numérico.
- d) Escriba el desarrollo Taylor de la raíz principal de dicho método hasta cuarto orden en  $h \lambda$ .
- e) Realice una deflación del polinomio característico basada en la raíz principal que ha escrito en el problema anterior truncada hasta segundo orden en  $h \lambda$ .
- f) Determine el desarrollo Taylor hasta segundo orden en  $h \lambda$  de las restantes raíces del polinomio característico.
- g) ¿Puede determinar las condiciones para la estabilidad fuerte, débil, absoluta y relativa para dicho método utilizando los desarrollos en serie Taylor que ha obtenido previamente?. En su caso, proceda a hacerlo.
- h) Determine (de la forma que considere oportuna) las condiciones de estabilidad que no haya podido estudiar utilizando el desarrollo de Taylor.
- i) Para aplicar dicho método numérico necesita resolver una ecuación no lineal para el siguiente paso de tiempo. Plantee el método de Newton para la resolución de dicha ecuación y escriba un pseudo-código para la implementación práctica de dicho método numérico.

PUNTUACIÓN: 5, 5.