

SOLO PRIMER PARCIAL
Duración 3:30 horas

Técnicas Numéricas (y Comp.)
9 de Septiembre de 2000

Nombre:

DNI:

NO SE PERMITEN NI APUNTES NI CALCULADORA (OPERE A MANO).

1. Sea $w \in \mathbb{C}^n$ con $\|w\|_2 = 1$ y defina la matriz

$$A = I - 2 w w^{*\top}.$$

- a) ¿A es simétrica? Demuéstrelo.
- b) ¿A es hermítica? Demuéstrelo.
- c) ¿Cómo son sus autovalores? Demuéstrelo.
- d) ¿Cómo son sus autovectores? Demuéstrelo.
- e) ¿Cómo son sus filas entre sí? y, ¿sus columnas?
- f) Escribe su forma normal de Schur.
- g) ¿Se puede aplicar el método de Cholesky a dicha matriz?, ¿por qué?

2. Dado el polinomio

$$p(x) = x^4 - x^3 - x^2 + x - 1,$$

determine:

- a) Determine una sucesión de Sturm asociada a este polinomio.
- b) Obtenga la tabla de signos asociada a dicha sucesión de polinomios.
- c) ¿Cuántas raíces tiene dicho polinomio?
- d) ¿Cuántas raíces reales tiene dicho polinomio?
- e) ¿Cuántas raíces positivas? Escriba un intervalo de longitud unidad en el que se encuentren cada una de ellas.
- f) ¿Cuántas raíces negativas? Escriba un intervalo de longitud unidad en el que se encuentren cada una de ellas.

- g) Según el criterio de los signos de Descartes, ¿cuántas raíces positivas hay?
- h) Según el criterio de los signos de Descartes, ¿cuántas raíces negativas hay?
- i) Aplique el criterio de Cauchy y determine una región en el plano complejo en la que se encuentren todas las raíces del polinomio.
- j) ¿Cuántas raíces complejas hay?
- k) Determine sendos intervalos para la parte imaginaria de cada una de las raíces complejas.
- l) El algoritmo de Bairstow consiste en dividir el polinomio

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_0,$$

entre el factor cuadrático $c(u, v) = z^2 - uz - v$. Determine el cociente y el resto de dicha división, especificando sus coeficientes b_j como una relación de recurrencia en función de u y v .

- m) Qué ecuaciones hay que resolver mediante el método de Newton como parte del método de Bairstow.
- n) Aplique el método de Newton y obtenga las relaciones de recurrencia para las derivadas parciales de los coeficientes b_j entre u y v .
- \tilde{n}) Escriba el método de Newton en formulación delta a partir de las expresiones del apartado anterior.

PUNTUACIÓN =