Examen Segundo Parcial (TIPO A) Técnicas Numéricas (Técn. Comp.)

Nombre del Alumno: DNI:

NO SE PERMITEN APUNTES, FORMULARIOS O CALCULADORA
NO OLVIDE RACIONALIZAR TODOS LOS RESULTADOS

DURACIÓN 3:30 horas PUNTUACIÓN DE LOS PROBLEMAS: 5, 5.

1. Para la resolución de la ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{dy(x)}{dx} = f(y(x)),$$

se puede utilizar el método predictor-corrector ($P(EC)^n$).

*a*) Escriba un método $PEC$ con predictor un método de Euler explícito y como corrector una regla del trapecio

*b*) Determine el término principal del error de truncado del método completo (predictor sustituido en el corrector)

*c*) ¿Cuál es el orden de consistencia del corrector? ¿y del método completo?

*d*) Determine el polinomio característico (o de estabilidad) para el método numérico completo.

*e*) ¿Cuántas raíces espurias tiene este método numérico?

*f*) Escriba el desarrollo de Taylor de la raíz principal hasta $O((h\lambda)^5)$

*g*) ¿Es fuertemente estable este método?

*h*) ¿Es incondicionalmente, absolutamente estable este método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad absoluta condicional

*i*) ¿Es incondicionalmente, relativamente estable este método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad relativa condicional

*j*) Considere un método $PECEC$ (donde se aplica dos veces el corrector). Determine el término principal del error de truncado del método completo

*k*) ¿Cuál es el orden de consistencia del nuevo método completo?

*l*) Determine el polinomio característico (o de estabilidad) para el método numérico completo.

*m*) ¿Es incondicionalmente, absolutamente estable este nuevo método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad absoluta condicional

*n*) ¿Es incondicionalmente, relativamente estable este nuevo método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad relativa condicional

2. Vamos a aplicar el método de Elementos Finitos basado en polinomios lineales a trozos continuos, para resolver el problema

$$-(a(x)\,u'(x))' = f(x), \qquad 0 < x < 1,$$

$$u'(0) = 1, \qquad a(1)\,u'(1) + u(1) = 0,$$

donde $a(x) = 1 + x$ y $f(x) = \sin(x)$.

*a*) Escriba una malla no uniforme para este problema

*b*) Escriba la definición del espacio de polinomios lineales a trozos continuos $V_h^{(1)}$

*c*) Escriba una base del espacio $V_h^{(1)}$

*d*) Escriba el desarrollo de una función perteneciente a $V_h^{(1)}$

*e*) Escriba la formulación de Galerkin continua de nuestro problema

*f*) Escriba la formulación variacional continua de nuestro problema

*g*) Escriba la formulación variacional discreta de nuestro problema

*h*) Determine los coeficientes de la primera fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene

$i)$ Determine los coeficientes de la segunda fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene

$j)$ Determine los coeficientes de la última fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene

.

FECHA Y FIRMA