

NO SE PERMITEN APUNTES, FORMULARIOS O CALCULADORA
NO OLVIDE RACIONALIZAR TODOS LOS RESULTADOS

DURACIÓN 3:30 horas

PUNTUACIÓN DE LOS APARTADOS: 4, 3, 3.

1. Consideremos la regla de integración de Simpson para la integral

$$\int_{-h}^h f(x) dx$$

- a) Escriba regla de integración de Simpson para dicha integral
- b) Escriba el error de integración (o de aproximación o de truncado) para dicha fórmula numérica
- c) Suponga que al evaluar la función $f(x)$ se comete un error igual a $\epsilon = fl(f(x)) - f(x)$, igual para todos los nodos; ¿cuál es el error total (integración más redondeo) que se comete al aplicar Simpson?,
- d) Sean $h = (b - a)/(2N)$, $x_j = a + jh$, $f_j = f(x_j)$. Considere la fórmula de Simpson compuesta que se obtiene usando segmentos de longitud $2h$, es decir, $[x_{2i}, x_{2i+2}]$. Escriba dicha fórmula (sólo aparecerán valores de f en los nodos):
- e) Cuál es el error de integración de la fórmula de Simpson compuesta del apartado anterior (en función de h , a y b , no debe aparecer N)

f) La regla de Simpson es exacta para polinomios de grado a lo sumo

g) Cuál es el orden de exactitud de la fórmula de Simpson compuesta

2. Sea $y(x)$ una función analítica y h una constante. Definimos los operadores en diferencias finitas

$$Ey(t) = y(t + h), \quad \Delta = E - 1, \quad \nabla = 1 - E^{-1}, \quad \delta = E^{1/2} - E^{-1/2}.$$

a) Obtenga la expresión de todos estos operadores en función del operador derivada $D \equiv d/dx$

b) Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias hacia adelante y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden

c) Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias hacia atrás y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden

d) Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias centradas y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden

e) Determine la expresión para la segunda derivada en función del operador en diferencias centrado y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden

3. Considere el método de la potencia inversa para calcular los autovalores de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Describa la expresión iterativa x^{k+1} del método de la potencia inversa.

b) Si los autovalores son $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$, qué autovalor calcularía y cómo lo calcularía a partir de x^k

c) Aplique dicho método al vector inicial $(1, 0, 0)$ una vez.

d) Aplique dicho método otra vez.

e) ¿Cuál es la estimación del autovalor que ha obtenido?

f) ¿Cómo calcularía el resto de los autovalores usando el método de la potencia inversa?

FECHA Y FIRMA