

LOS DOS PARCIALES  
Duración 3:30 horas

Técnicas Numéricas (y Comp.)  
9 de Septiembre de 2000

Nombre:

DNI:

NO SE PERMITEN NI APUNTES NI CALCULADORA (OPERE A MANO).

1. Dada una función  $f(x)$  de la que sólo se conocen sus valores  $f(x_n)$  en una malla discreta  $\{x_n\}_0^m$ .
  - a) Cuál es la expresión general de la aproximación de  $f(x)$  mediante una combinación lineal de funciones (linealmente independientes).
  - b) ¿Cuál es la norma que determina adecuada para medir el error en la aproximación mínimo-cuadrática de este problema?
  - c) Detalle la ecuación de punto estacionario para este problema.
  - d) Escribe el sistema lineal de ecuaciones para los coeficientes de la combinación lineal del apartado (a).
  - e) Suponga que busca un polinomio cuadrático de aproximación y que cuenta con seis nodos. Cuál es el sistema de ecuaciones que obtiene.
  - f) ¿Está bien condicionado dicho sistema de ecuaciones?
  - g) ¿Cómo resolvería dicho sistema de ecuaciones?
  - h) Para  $x_n = 10 + \frac{n-1}{5}$ , determine los valores numéricos de la matriz de dicho sistema de ecuaciones.
  - i) Calcule la norma infinito de dicha matriz.
  - j) ¿Cómo estimaría la norma infinito de su inversa?
  - k) Estime la norma infinito de su inversa.
  - l) Calcule el número de condicionamiento de dicha matriz.

2. Vamos a aplicar el método de Elementos Finitos basado en polinomios lineales a trozos continuos, para resolver el problema

$$-(a(x) u'(x))' = f(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$u'(0) = 1, \quad a(1) u'(1) + u(1) = 0,$$

donde  $a(x) = 1 + x$  y  $f(x) = \sin(x)$ .

- a) Escriba una malla no uniforme para este problema
- b) Escriba la definición del espacio de polinomios lineales a trozos continuos  $V_h^{(1)}$
- c) Escriba una base del espacio  $V_h^{(1)}$
- d) Escriba el desarrollo de una función perteneciente a  $V_h^{(1)}$
- e) Escriba la formulación de Galerkin continua de nuestro problema
- f) Escriba la formulación variacional continua de nuestro problema
- g) Escriba la formulación variacional discreta de nuestro problema
- h) Determine los coeficientes de la primera fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene
- i) Determine los coeficientes de la segunda fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene
- j) Determine los coeficientes de la última fila del sistema de ecuaciones lineales que obtiene

PUNTUACIÓN =