

ENUNCIADO DE LA SEGUNDA PRACTICA

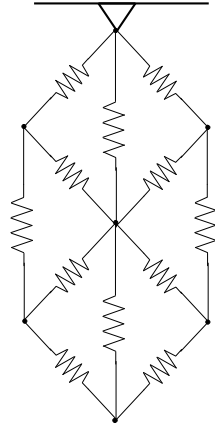


Figura. Estructura plana de 12 muelles colgada verticalmente.

El objetivo de esta práctica es estudiar algunos algoritmos iterativos de resolución numérica de sistemas lineales utilizando Matlab.

1. Consideremos la estructura plana de la figura, con 12 muelles de constante de Hooke (k) con 6 pequeñas masas (m) en sus nodos. Toda la estructura cuelga del techo por un punto de sujeción sin rozamiento. Desprecie el efecto del momento de inercia de las masas y de la estructura en general. Considere la atracción de la gravedad hacia abajo. Considere que los muelles son suficientemente rígidos como para que las masas sufran pequeños desplazamientos y por tanto la aproximación por medio de la ley de Hooke sea correcta.

Se pide:

- a) Escriba las ecuaciones de este problema mecánico. Ayuda: Considere una formulación basada en la energía total (formulación de Lagrange) que estará formada por energía potencial (la de los muelles y del campo gravitatorio) y energía cinética (la del movimiento de las masas. La condición de que la energía total es

mínima da automáticamente las leyes de Newton para el sistema. Bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones obtenga un sistema lineal para las elongaciones en el equilibrio.

- b) Una vez planteadas las ecuaciones introduzca la matriz de coeficientes en un programa de Matlab y determine la solución de dicho sistema utilizando la operación de resolución de sistemas lineales estándar de Matlab ($Ax = b$, $\mathbf{x} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b}$).
- c) Escriba de forma matricial los métodos iterativos de Gauss-Jacobi y Gauss-Seidel y úselos para resolver el sistema lineal en Matlab.
- d) Cumple este sistema las condiciones necesarias para que los métodos de Gauss-Jacobi y de Gauss-Seidel converjan. Si no es así, ¿puede reescalar o equilibrar el sistema de ecuaciones para que sean convergentes?
- e) ¿Cuántas iteraciones se requieren para que la diferencia entre dos iteraciones sucesivas en norma 1 sea menor que 10^8 ? ¿Y en norma 2?
- f) Escriba de forma matricial el método de sobrerrelajación sucesiva (SOR) y aplíquelo a la solución del sistema lineal de (a).
- g) Determine el rango de valores de w tales que el método SOR converge para el sistema de ecuaciones lineales de (a).
- h) Para tres valores de w para los que haya convergencia, ¿cuántas iteraciones se requieren para que la diferencia entre dos iteraciones sucesivas en norma 1 sea menor que 10^8 ?
- i) Si quisiera obtener un w óptimo, en sentido de que conduzca a la mayor velocidad posible de convergencia, ¿cómo lo haría? Razone su respuesta y si se siente capaz calcúlelo.