Segunda práctica (2do. parcial) — Técnicas Numéricas

Profesor Francisco R. Villatoro — 26 de Abril de 1999

Un vehículo de masa M, suspendido por un amortiguador como el mostrado en la figura, se mueve a una velocidad constante. En el instante $t = 0$ el vehículo tiene su centro de gravedad a una distancia h_0 por encima del suelo y tiene velocidad vertical nula. Conforme pasa el tiempo, el desplazamiento vertical de la carretera por encima de la posición de referencia (para $t = 0$) viene dado por la función $x_0(t)$.

Suponga que el muelle es lineal con una constante de Hooke k y que el amortiguador tiene un coeficiente de amortiguamiento r que es una función no lineal de las velocidades relativas entre los dos extremos del amortiguador

$$r = r_0 \left(1 + c \left|\frac{dx}{dt} - \frac{dx_0}{dt}\right|\right).$$

Es fácil mostrar que el desplazamiento del centro de gravedad del vehículo $x(t)$ se rige por la solución de la siguiente ecuación diferencial de segundo orden

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -k\,(x - x_0) - r \left(\frac{dx}{dt} - \frac{dx_0}{dt}\right),$$

con las condiciones iniciales

$$x(0) = 0, \qquad \frac{dx(0)}{dt} = 0.$$

Considere que el contorno de la carretera tiene la forma

$$x_0(t) = A\,(1 - \cos w\,t),$$

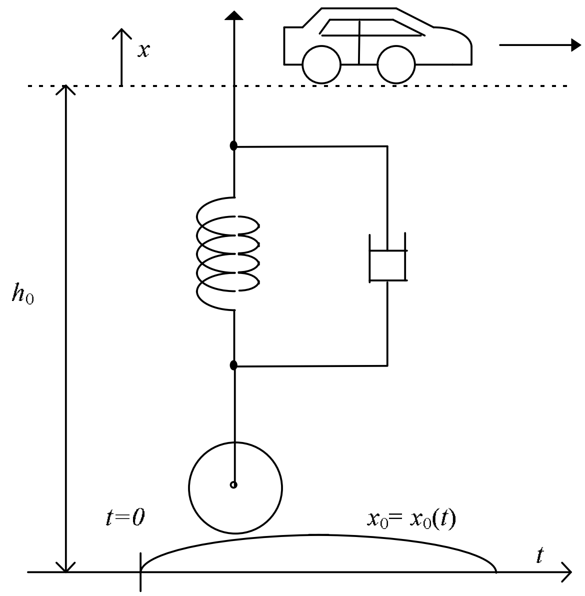
donde $2\,A$ es el máximo desplazamiento de la carretera respecto al nivel de referencia.

Note que el problema lineal ($c = 0$) el sistema está sub-amortiguado, críticamente amortiguado y sobre-amortiguado cuando

$$\xi = \frac{r}{2\,\sqrt{k\,M}},$$

es más pequeño, igual o mayor que la unidad, respectivamente.

1. Desarrolle los siguientes métodos numéricos de paso fijo para la resolución de este problema



a) El método estándar `ode45` de Matlab (Runge-Kutta explícito de paso adaptativo de cuatro orden y con estimación de error mediante un método de quinto orden "empotrado")

b) Runge-Kutta explícito de segundo orden (el visto en clase)

c) Runge-Kutta explícito de cuarto orden (el visto en clase)

d) Método de Adams explícito de segundo orden

e) Método de Adams implícito de segundo orden

f) Método Predictor Corrector basado en métodos de Adams de segundo orden

2. Resuelva numéricamente el problema para

$$M = 10 \text{ kg}\,\text{s}^2/\text{cm}, \qquad A = 2 \text{ cm},$$

$$w = 10 \text{ rad/s}, \qquad K = 640 \text{ kgf/cm},$$

para un tiempo t de 5 segundos utilizando los seis métodos previamente desarrollados y compare los resultados entre sí.

3. Considere al método `ode45` con una tolerancia suficientemente pequeña como el más preciso y estudie en la práctica, ¿cuál de los métodos es el más preciso? ¿cuál es el de menor costo? ¿Cuál es el más eficiente, es decir, el mejor en cuanto al compromiso precisión coste?

4. Investigue el comportamiento del sistema para $r_0 = 80$, 160 y 240, con $C = 0$, 1 y 10, respectivamente.