Segunda práctica voluntaria — Técnicas Numéricas

Profesor Francisco R. Villatoro — 29 de Octubre de 1999

ENUNCIADO DE LA SEGUNDA PRACTICA

El objetivo de esta práctica es estudiar algunos algoritmos directos de resolución numérica de sistemas lineales utilizando Matlab.

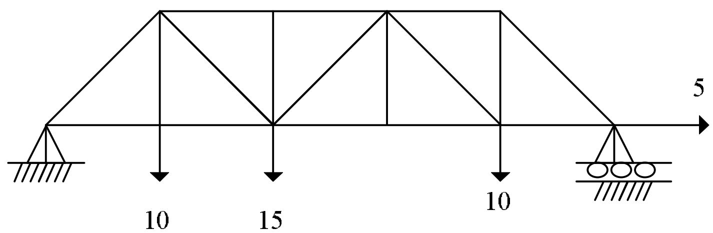

Figura 1. Estructura de 17 enlaces y esfuerzos aplicados.

1. Consideremos la estructura de 17 enlaces que se presenta en la figura de más arriba, donde todos los enlaces tienen la misma longitud y son del mismo material, los enlaces están unidos en las uniones por pernos sin fricción, los ángulos son todos iguales a 45 grados y la estructura está sometida a las cuatro fuerzas que se indican por flechas en la figura.

   Se pide:

   a) Escribir las ecuaciones de equilibrio para la estructura. Estas ecuaciones se obtendrán aplicando la condición de equilibrio entre las fuerzas aplicadas y las tensiones de los enlaces para cada uno de los nodos de la estructura. Nota: Hay 10 nodos y 17 enlaces cuyas tensiones son las incógnitas a determinar, pero como las fuerzas se han de descomponer en horizontal y vertical, se obtienen dos ecuaciones para cada uno de los nodos, excepto para el primero (punto fijo donde se sustenta la estructura) que no tiene ecuación y el último nodo (punto móvil) que solamente tiene ecuación en la dirección horizontal (ya que no estamos considerando la fuerzas de reacción del suelo). Es decir, tenemos 17 ecuaciones y 17 incógnitas.

b) Una vez planteadas las ecuaciones introduzca la matriz de coeficientes en un programa de Matlab y determine la solución de dicho sistema utilizando la operación de resolución de sistemas lineales estándar de Matlab ($A\,x = b$, `x = A\b`).

c) Calcule la norma uno, dos e infinito de la matriz y del vector no homogéneo (utilice los comandos `norm, normest`). Haga lo mismo con las de la matriz inversa (`inv(A)`)

d) Calcule el número de condicionamiento $\kappa(A)$ del sistema (utilice los resultados del apartado anterior). Compare estos resultados con los que le dan los comandos de Matlab (`cond`, `condest`. ¿Está bien condicionada la matriz del sistema?

e) Realice una factorización LU de la matriz (comando `lu`) y resuelva el sistema utilizando dichas matrices. ¿Obtiene el mismo resultado que en el apartado (b). ¿Por qué?

f) Puede realizar una factorización de Cholesky de dicha matriz. Si puede, utilice el comando `chol` para obtenerla y resuelva el sistema utilizando esa descomposición. ¿Obtiene el mismo resultado que en el apartado (b). ¿Por qué?

g) Determine los autovalores y autovectores de la matriz de coeficientes (utilize `eig`).

h) Determine la descomposición en valores singulares de la matriz de coeficientes (utilize `svd`). ¿Cómo son los valores singulares? ¿Cuáles son las matrices unitarias que realizan dicha descomposición? Realice la descomposición en valores singulares de la matriz ampliada del sistema ($[A; b]$). ¿Cómo son los valores singulares? ¿Cuáles son las matrices unitarias que realizan dicha descomposición?

i) Determine la descomposición de Schur de la matriz de coeficientes (utilize `schur`). ¿Cuál es la matriz unitaria que realiza dicha descomposición?