

1. Verificar formalmente el siguiente programa, donde n es un entero, *capicua* es una variable booleana, y a es un vector de números enteros de dimensión superior a n :

```

{Q ≡ n > 0}
i = 0;
capicua = true;
while ( capicua && (i+1 != n/2) ) {
    capicua = ( a[i] == a[n-i-1] );
    i++;
};
{R ≡ capicua = (∀α ∈ {0..(nDIV2) - 1} • (a[α] = a[n - α - 1]))}

```

2. Verificar formalmente el siguiente programa, donde todas las variables se suponen enteras:

```

{Q ≡ n ≥ 0}
a = 0;
b = n+1;
while ( b != a+1 ) {
    mitad = (a+b) / 2;
    mitad2 = mitad*mitad;
    if ( mitad2 <= n )
        a = mitad;
    else
        b = mitad;
};
{R ≡ a2 ≤ n < (a + 1)2}.

```

3. Verificar formalmente el siguiente programa, en donde las variables i , n y x son enteras, *encontrado* es booleana, y se supone que la dimensión del vector a es superior al valor de la variable n :

```

{Q ≡ n ≥ 0}
i=0;
while ( (i<n)&&(a[i]!=x) ) i++;
encontrado = (i<n);
{R ≡ encontrado = (∃α ∈ {0..n - 1} • ((a[α] = x) ∧ (∀β ∈ {0..α - 1} • a[β] ≠ x)))}

```

4. Verificar formalmente el siguiente programa, en donde las variables i , n y x son enteras, y se supone que la dimensión del vector a es superior al valor de la variable n :

```

{Q ≡ 0 ≤ n ≤ 1000}
i=0;
x=a[0];
while ( i<n ) {
    if ( x < a[i] )
        x = a[i];
    i++;
};
{R ≡ (∀β ∈ {1..n} • a[β] ≤ x) ∧ (∃α ∈ {1..n} • a[α] = x)}.

```

5. Verificar formalmente el siguiente programa, que constituye una posible implementación del problema de la bandera holandesa de E.W. Dijkstra. Se supone que las variables a , b , r y N son enteras, y que el vector h es de dimensión $N+1$ y sus elementos sólo pueden tomar los valores Azul, Blanco y Rojo.

```

{Q ≡ true}
a = 0; b = 0; r = N;
while ( b <= r ) {
  if ( h[b] == Blanco )
    b++;
  else if ( h[b] == Azul ) {
    h[b] = Blanco; h[a] = Azul;
    b++; a++;
  } else {
    h[b] = h[r]; h[r] = Rojo;
    r--;
  }
};
{R ≡ 0 ≤ a ≤ b ≤ N + 1 ∧
  ∀α ∈ {0..a - 1} • (h[α] = Azul) ∧
  ∀α ∈ {a..b - 1} • (h[α] = Blanco) ∧
  ∀α ∈ {b..N} • (h[α] = Rojo)}

```

6. Verificar formalmente el siguiente programa, en donde las variables x , n , i , j y e son enteras, y se supone que la dimensión del vector b es superior al valor de la variable n :

```

{Q ≡ (n > 0) ∧ (∀α ∈ {0..n - 1} • b[α] < b[α + 1]) ∧ (b[0] ≤ x < b[n - 1])}
i = 0; j = n-1;
while ( i+1 != j ) {
  e = (i+j) / 2;
  if ( b[e] <= x ) i = e;
  else j = e;
};
{R ≡ (0 ≤ i < n) ∧ (b[i] ≤ x < b[i + 1])}

```

7. Verificar formalmente el siguiente programa, en donde las variables x , y , z , A y B son enteras:

```

{Q ≡ (A > 0)}
x = A; y = B; z = 1;
while ( y > 0 ) {
  if ( (y%2) == 0 ) {
    y = y/2; x = x*x;
  } else {
    y--; z = z*x;
  }
};
{R ≡ z = AB}

```

8. Verificar formalmente el siguiente programa, que constituye una posible implementación del problema del rellano más largo de E. Gries, y que consiste en calcular la longitud del segmento más largo de valores repetidos de un vector ordenado \mathbf{a} , de dimensión $N+1$:

```

{Q ≡ (N > 0) ∧ (∀α ∈ {1..N - 1} • (a[α - 1] ≤ a[α]))}
i = 1; p = 1;
while ( i != N ) {
    if ( a[i-p] == a[i] ) p++;
    i++;
};
{R ≡ ∃α ∈ {0..N - p} • (a[α] = a[α + p - 1]) ∧ ∀α ∈ {0..N - p - 1} • (a[α] ≠ a[α + p])}

```

9. Se pretende construir una función que sirva para calcular el número de repeticiones de un valor dado en un segmento inicial de un vector de números enteros. Para ello se pide:
- Especificar mediante pre y post-condiciones dicha función, cuyos parámetros serán el vector, el valor que se ha de buscar y el valor de la última posición del vector que se va a examinar. Como resultado, la función devolverá un número entero que indica el número de ocurrencias.
 - Construir un algoritmo adecuado para el cuerpo de la función.
 - Verificar formalmente la función resultante respecto a la especificación dada.
10. Diseñar y verificar formalmente una función que calcule la *moda* de un vector de n números naturales, con $n > 0$ (La moda de un vector es el elemento que se repite más veces; si hubiera más de una moda, la función puede devolver cualquiera de ellas).