E.T.S.I. Informática. Universidad de Málaga
Examen Parcial, Diciembre 1999
Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________________

NOMBRE: ______________________________

PUNTUACIONES:

	A	B	C	D	E	total
1	.25	1.5	.25			2
2	1	.25	.75	.75		2.75
3	2					2
4	1	.75				1.75
5	.25	.25	.25	.25	.5	1.5

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\boxed{A}$ Enunciar el Teorema de Invariantes

$\boxed{B}$ Utilizando el teorema de Tarski y la semántica de los bucles en términos de puntos fijos, probar el teorema anterior.

$\boxed{C}$ Probar que $[\mathcal{R}.C \equiv C] \;\Rightarrow\; [\mathcal{R}.\neg b \equiv C]$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Se considera el bucle $\mathcal{R} \;\doteq\; *\llbracket\, x < N \rightarrow x := x + 1 \;\square\; x < N \rightarrow x := x + 2 \,\rrbracket$.

$\boxed{A}$ Encontrar un contador del bucle.

$\boxed{B}$ Utilizando tal contador, probar, $[\mathcal{R}.C \equiv C]$.

$\boxed{C}$ Probar, utilizando puntos fijos, que $[\mathcal{R}.(x = N) \equiv (x = N)]$, y dar una interpretación de esto último.

$\boxed{D}$ Si modificamos el bucle en la forma, $\mathcal{R}' \doteq * [\![x < N \rightarrow x := x + 1 \ \square \ x < N \rightarrow x := x - 1]\!]$, probar que $[\mathcal{R}'.C \equiv x \geq N]$ ¿Qué interpretación tiene esto último?

$\boxed{\mathbf{3}}$ Sabiendo que todas las variables y constantes que aparecen en el siguiente programa son del mismo tipo (del cual únicamente sabemos que admite un orden total), verificar el triplete

$$
\begin{array}{l}
m := a; \\
\{m = a\} \\
\ \ *[\![\quad b > m \rightarrow m := b \\
\ \ \ \ \square \quad c > m \rightarrow m := c\,]\!] \\
\{m = \text{ máximo}(a, b, c)\}
\end{array}
$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ Consideremos el cálculo de Hoare estándar, con las reglas $(ref), (nada), (;), (si_1), (si_2)$ y (rep). En tal cálculo dos programas S y T son equivalentes (escribiremos $S =_{\mathcal{H}} T$) si

$$\forall P, Q : P, Q \in \mathcal{P} : \vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S\{Q\} \Longleftrightarrow \vdash_{\mathcal{H}} \{P\}T\{Q\}$$

$\boxed{A}$ Demostrar que si $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}nada\{Q\}$, entonces $[P \ \Rightarrow \ Q]$.

$\boxed{B}$ Probar que $S; nada =_{\mathcal{H}} S$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ El siguiente ejercicio trata de mostrar que conocido el transformador de predicados de cierta sentencia es posible deducir algunas propiedades de ésta. Así pues, siendo x una variable natural, y N una constante natural, sea la sentencia $azar_N$ con transformador de predicados, $azar_N.Z \doteq [x := 0]Z \wedge [x := 1]Z \wedge \ldots \wedge [x := N]Z$, es decir, *ptle*

$$azar_N.Z \doteq \forall i : 0 \leq i \leq N : [x := i]Z$$

$\boxed{A}$ Probar que $azar_N$ es indeterminista.

$\boxed{B}$ Probar que termina siempre.

$\boxed{C}$ ¿Se puede representar la sentencia $azar_N$ en el lenguaje de Dijkstra?

$\boxed{D}$ Probar que es continua

$\boxed{E}$ Si consideramos la sentencia $azar_\infty$ dada por

$$azar_\infty.Z \doteq \forall i : 0 \leq i : [x := i]Z$$

probar que sigue siendo indeterminista, que no es continua y que tampoco puede representarse en el lenguaje de Dijkstra.