E.T.S.I. Informática. Universidad de Málaga
Examen Ordinario, Febrero 2000
Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________

NOMBRE: ______________________

PUNTUACIONES:

	A	B	C	D	E	total
1	.25	.5	.5	1	1	3.25
2	.25	.5	.5	.25	1	2.5
3	1.25					1.25
4	1.5					1.5
5	1	.5				1.5

---

1 $\boxed{A}$ Defínase la semántica de los bucles en términos de puntos fijos.

$\boxed{B}$ Utilizando tal semántica probar que $[\mathcal{R}.C = \neg b]$, siendo $\mathcal{R} \doteq * [\![b \to x := x+1 \,\square\, b \to b := falso]\!]$.

$\boxed{C}$ Probar que, para todo bucle $\mathcal{R} \doteq * [\![b \to S]\!]$, se verifica $[b \wedge \mathcal{R}.X \equiv b \wedge S; \mathcal{R}.C]$, vía puntos fijos.

$\boxed{D}$ Sea ahora el bucle $\mathcal{R} \doteq * [\![x < 0 \to x := -x \,\square\, x > 1 \to x := x-1 \,\square\, x > 2 \to x := x/2]\!]$. Probar que $x > 0$ es un invariante, y que $t(x) \doteq x$ es un contador entero. Deducir que $[x > 0 \Rightarrow \mathcal{R}.C]$.

$\boxed{E}$ Probar que $[x < 0 \;\Rightarrow\; \mathcal{R}.C]$ y concluir que $[\mathcal{R}.C \equiv C]$. (AYUDA: probar $[x < 0 \wedge \mathcal{R}.C \equiv x < 0]$ utilizando los apartados C y D).

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\boxed{A}$ Escribir una sentencia indeterminista *Extrae* que verifique $\{C\}Extrae\{x = 1 \vee x = 3 \vee x = 5\}$, y que solamente realice asignaciones sobre la variable x. Probar que efectivamente es indeterminista.

$\boxed{B}$ Utilizando la sentencia anterior y un bucle, escribir un programa para simular el siguiente juego:

> Una urna contiene inicialmente 3 bolas rojas y 3 blancas; si el número de bolas de la urna es inferior a dos, termina el juego; si es mayor que uno, se extraen dos bolas, y posteriormente se realizan las siguientes acciones, hasta conseguir que el número de bolas sea menor que dos:
>
> a.– si son de distinto color, añadimos a la urna un número impar de bolas blancas menor que 6.
>
> b.– no se añade nada si son del mismo color.

$\boxed{C}$ Probar, utilizando el Teorema de Invariantes, que si el programa anterior termina (o sea el juego termina), entonces, al final del juego la urna contiene exactamente una única bola blanca.

Apellidos: ____________ ____________ Nombre: ____________

$\boxed{D}$ Se considera una sentencia $x :- x + Impar$ que incrementa la variable entera x con indeterminismo no acotado. Definir la semántica de tal sentencia a través de trasformadores de predicados.

$\boxed{E}$ Supongamos ahora el mismo juego pero cambiando el paso (a) en la forma: si son de distinto color, añadimos a la urna un número impar de bolas blancas (con indeterminismo no acotado). Modificar el programa descrito en el apartado B para simular el nuevo juego, y probar, utilizando contadores generalizados, que el juego termina.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Consideremos el cálculo de Hoare estándar, con las reglas $(ref), (nada), (;), (si_1), (si_2)$ y (rep). Demostrar que si $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}nada\{Q\}$, entonces $[P \Rightarrow Q]$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Sean las definiciones

$$
\begin{array}{ll}
u :\in \mathbb{N} & \\
xfact = & \{x, n :\in \mathbb{N} \rightarrow \\
& [\![\, n = 0 \rightarrow x := 1 \,\square\, n > 0 \rightarrow xfact(n-1, x); x := x * n \,]\!] \,\}
\end{array}
$$

Utilizando la semántica (por nombre) vía puntos fijos de las llamadas a procedimientos, demostrar que se cumple $\forall N : N \in \mathbb{N} : [xfact(N, u).(u = N!)]$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\boxed{A}$ Probar que para todo bucle $\mathcal{R}$ se tiene $\forall \rho, \rho' : (\rho, \mathcal{R}) \Rightarrow_{\mathcal{N}} \rho' : \neg b.\rho'$, donde $\Rightarrow_{\mathcal{N}}$ es la semántica operacional natural estándar para el lenguaje

$$S ::= x := E \,|\, S; S \,|\, [\![\, b \rightarrow S \,\square\, S \,]\!] \;|\; * [\![\, b \rightarrow S \,]\!] \;|\, aborta$$

$\boxed{B}$ Dar una definición de triplete en sentido operacional $\vdash_{\mathcal{O}} \{X\}S\{Y\}$ que capture *corrección parcial*, y demostrar, que para todo bucle se tiene $\vdash_{\mathcal{O}} \{X\}S\{\neg b\}$