E.T.S.I. Informática. Ordinario Febrero 2004

Lenguajes de Programación (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________________

NOMBRE: ______________________________

PUNTOS:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.5	0.5	1.5	1	2	0.5	2.5	0.5	1

☐ si
☐ no
} deseo que se publique mi calificación si fuera negativa

Consideremos la lógica de Hoare estándar para un lenguaje sin bucles.

1 Interpreta operacionalmente el triplete $\vdash_{\mathcal{H}} \{P\}S\{Cierto\}$.

2 Prueba que el triplete anterior es consecuencia del triplete $\vdash_{\mathcal{H}} \{Cierto\}S\{Cierto\}$.

3 Prueba el triplete $\vdash_{\mathcal{H}} \{Cierto\}S\{Cierto\}$ utilizando ______________________.

Consideremos en los restantes ejercicios la semántica vía transformadores de predicados de Dijkstra, así como los tripletes de Dijkstra.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Enuncia el teorema de los contadores generalizados.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Aplica el teorema anterior para demostrar que el programa siguiente calcula la mediana de tres constantes A, B y C:

$$\begin{array}{l} a, b, c := A, B, C; \\ *[\![\, a > b \to a, b := b, a \;\square\; b > c \to b, c := b, c \,]\!] \end{array}$$

Tomaré como posible contador t, como conjunto bien construido $\mathcal{C}$, y como candidato a invariante I los siguientes

$$t \doteq \ldots \qquad \mathcal{C} \doteq \ldots \qquad I \doteq \ldots$$

6 Sea fib el procedimiento definido con la siguiente ecuación recursiva:

$$
\begin{array}{lcllcl}
fib = & [\![& & n = 0 & \rightarrow & a, b := 0, 1 \\
& & \square & n > 0 & \rightarrow & n := n - 1; \\
& & & & & fib; \\
& & & & & n := n + 1; \\
& & & & & a, b := b, a + b \,]\!]
\end{array}
$$

Prueba que fib calcula sobre la variable a la sucesión de Fibonacci $\{f_k\}$, definida en la forma siguiente:

$$f_0 = 0, \qquad f_1 = 1, \qquad \text{si } k > 0, f_{k+1} = f_k + f_{k-1}.$$

Es decir, prueba $\{n = k \geq 0\} fib \{a = f_k\}$, utilizando la equivalencia:

$$\forall k : k \geq 0 : \forall Z :: [n = k \wedge fib.Z \equiv n = k \wedge a, b := f_k, f_{k+1}.Z] \tag{$*$}$$

Entonces,

$\qquad \{n = k \geq 0\} fib \{a = f_k\}$
$= \because$ ....
$\qquad [n = k \geq 0 \;\Rightarrow\; fib.(a = f_k)]$
$= \because$ cálculo de predicados
$\qquad [n = k \geq 0 \;\Rightarrow\; n = k \geq 0 \wedge fib.(a = f_k)]$
$= \because$ aplicamos $(*)$, tomando $Z \;\doteq$ .....

---

7 Prueba la equivalencia anterior por inducción sobre k natural.

CASO BASE $(k = 0)$. *ptle,*

$\qquad n = 0 \wedge fib.Z$
$= \because$ ....
$\qquad n = 0 \wedge a, b := 0, 1.Z$

PASO INDUCTIVO. ptle,

$\qquad n = k + 1 \wedge fib.Z$
$= \because$ ....
$\qquad n = k + 1 \wedge$ ....

Sea el bucle $\mathcal{R} \ \doteq \ *[\![\, x > 0 \rightarrow x := x - 1 \;\square\; x > 0 \rightarrow x := x - 2 \,]\!]$.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Interpreta operacionalmente las propiedades (a) $[x = 0 \Rightarrow \mathcal{R}.(x = 0)]$, (b) $[x = 0 \Leftarrow \mathcal{R}.(x = 0)]$.

(a)

(b)

$\boxed{\mathbf{9}}$ Utilizando la semántica en términos de puntos fijos, prueba $[x = 0 \equiv \mathcal{R}(x = 0)]$.

La semántica en términos de puntos fijos afirma que $\mathcal{R}.(x = 0)$ *es* ....