

PUNTUACIONES:

1	2	3	4	5
2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

**1**] Probar que la sentencia  $Azar = \llbracket x > 0 \rightarrow x := 0 \sqcap x > 1 \rightarrow x := 1 \sqcap x > 2 \rightarrow x := 2 \rrbracket$  verifica:

$$\forall q : q \in \mathbb{Z} : \neg\{x > 1\}Azar\{x = q\}, \quad \{x > 0\}Azar\{x < 3\}$$

y por tanto tiene indeterminismo acotado

**2**] Utilizando el Teorema de los contadores generalizados escribir un bucle que termine débilmente, pero no fuertemente (es decir, un bucle que no admita un contador entero).

---

**3**] Sea el procedimiento (donde  $z$  es una variable entera declarada en forma global):

$$mul = \{x, y : \in \mathbb{Z} \rightarrow \llbracket \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow z := 0 \\ \square \quad x \neq 0 \rightarrow mul(x - 1, y); z := z + y \end{array} \rrbracket\}$$

Probar  $\forall a, b : a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{Z} : [ mul(a, b). (z = ab) ]$

APELLIDOS: \_\_\_\_\_ NOMBRE: \_\_\_\_\_

- [4]** Consideremos los bucles  $\mathcal{R} = *[\![b \rightarrow S]\!]$ ,  $\mathcal{R}' = *[\![b \rightarrow S']\!]$ ; supongamos que  $P$  es un invariante del primero, y que  $S$  y  $S'$  son sentencias equivalentes en el entorno  $P$ ; es decir:  $\forall X :: [P \wedge S.X \equiv P \wedge S'.X]$ . Demostrar, utilizando la semántica inductiva de los bucles, que  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{R}'$  son equivalentes en el entorno  $P$ :

**5**] Verificar el siguiente programa para multiplicar números:

```
{ $X, Y > 0$ }  
z, u, := 0, X;  
*{ $u \neq 0 \rightarrow z, u := z + Y, u - 1$ }  
{ $z = XY$ }
```

(Ayuda.- Búsquese un invariante de la forma  $I \equiv z + g = XY \wedge X, Y > 0 \wedge u \geq 0$ , donde  $g$  es cierta función a precisar).