Universidad de Málaga

E.T.S.I. Informática. Extraordinario Setiembre 2004

Lenguajes de Programación (tercer curso)

1	2	3	4	5	6	7	8	Suma
1.5	0.5	0.5	2	2.5	0.5	0.5	2	10

Apellidos: ____________________

Nombre: ____________________

☐ si
☐ no
} deseo que se publique mi calificación aunque fuera negativa

---

Para el lenguaje de programación

$$S ::= aborta \mid x := E \mid S;S \mid [\![\, b \to S \,\square\, S \,]\!] ,$$

consideremos el modelo de Hoare formado por las reglas estándar (ref), $(:=)$, $(;)$, (si_C), (si_F), además de la regla

$$\frac{}{\{Falso\}aborta\{Q\}}(abor).$$

$\boxed{\mathbf{1}}$ Pruebe, describiendo la técnica que utilizas, la propiedad:
Si $\{X\}aborta\{Q\}$, entonces $[X \equiv Falso]$.

$\boxed{\mathbf{2}}$ De una definición de determinismo en términos de tripletes de Hoare.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Con la definición anterior, ¿es determinista la sentencia *aborta*?

En los restantes ejercicios se considerará la semántica de los programas vía transformadores de predicados de Dijkstra, así como los tripletes en el sentido de Dijkstra.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Pruebe la corrección de la siguiente versión del algoritmo de Euclides:

$$\begin{array}{l} \{X > Y > 0\} \\ x, y := X, Y; \\ \{MCD(x, y) = MCD(X, Y) \wedge x \geq y \geq 0\} \\ *[\![\, y \neq 0 \rightarrow x, y := y, x \bmod y \,]\!] \\ \{x = MCD(X, Y)\} \end{array}$$

a través del teorema de los contadores. (Indique y pruebe todas las hipótesis del teorema de los contadores.)

5 Utilizando el teorema de los contadores generalizados, demuestre que existen bucles indeterministas que terminan débilmente pero no fuertemente.

Sea $\mathbb{D}$ un conjunto totalmente ordenado, sea m una variable global declarada en la forma $m : \mathbb{D}$, y sea f el procedimiento

$$f = \{x, y, z :\in \mathbb{D} \to \begin{array}{llll} [\![& x > y & \to & f(y, x, z) \\ \Box & y > z & \to & f(x, z, y) \\ \Box & x \leq y \leq z & \to & m := x \quad]\!] \} \end{array}$$

Demuestra:

$$\forall a, b, c : a, b, c \in \mathbb{D} : f(a, b, c).(m = \text{mín}(a, b, c)). \qquad (*)$$

Para ello siga el siguiente esquema: Fijados tres valores $a, b, c \in \mathbb{D}$, pruebe:

6 El conjunto $\mathcal{C}(\subseteq \mathbb{D}^3)$ de las permutaciones de (a, b, c) es un conjunto bien construido para el orden lexicográfico $\lessdot$ definido sobre $\mathbb{D}^3$. **En efecto:**

7 La propiedad $(*)$ es consecuencia de la propiedad:

$$\forall x, y, z : (x, y, z) \in \mathcal{C} : f(x, y, z).(m = \text{mín}(a, b, c)). \qquad (**)$$

En efecto:

$\boxed{\mathbf{8}}$ Siendo p un predicado definido sobre $\mathbb{D}^3$, pruebe $(**)$ a través del siguiente esquema de inducción:

$$\begin{array}{ll} & \forall x,y,z : (x,y,z) \in \mathcal{C} : \qquad p(x,y,z) \\ \equiv & \because \text{principio de inducción} \\ & \forall x,y,z : (x,y,z) \in \mathcal{C} : \qquad \big(\forall x',y',z' : (x',y',z') \in \mathcal{C} \wedge (x',y',z') \lessdot (x,y,z) : p(x',y',z')\big) \overset{***}{\Rightarrow} p(x,y,z) \end{array}$$

y pruebe la implicación $(***)$ para el predicado particular $p(x,y,z) \doteq f(x,y,z).(m = \text{mín}(a,b,c))$, *distinguiendo los siguientes casos:*

(A) caso $x \leq y \leq z$, con $(x,y,z) \in \mathcal{C}$:

$$\begin{array}{ll} & f(x,y,z).(m = \text{mín}(a,b,c)) \\ \equiv & \because x \leq y \leq z, \text{ semántica por nombre de la llamada al procedimiento } f \\ & \vdots \\ \\ \equiv & \because x \leq y \leq z \wedge (x,y,z) \text{ es una permutación de } (a,b,c) \\ & \vdots \end{array}$$

(B) caso $x > y$, con $(x,y,z) \in \mathcal{C}$:

$$\begin{array}{ll} & f(x,y,z).(m = \text{mín}(a,b,c)) \\ \equiv & \because x > y, \text{ semántica por nombre de la llamada al procedimiento } f \\ & \vdots \end{array}$$

(C) caso $y > z$, con $(x,y,z) \in \mathcal{C}$:

$$\vdots$$