E.T.S.I. Informática. Universidad de Málaga
Examen Ordinario, Febrero de 2004
Programación Declarativa (tercer curso)

APELLIDOS: ______________________

NOMBRE: ______________________

PUNTUACIONES:

1	2	3	4	5	6	7	total
1	1	1	2	1	2	2	10.0

☐ si
☐ no
} deseo que se publique mi calificación si fuera negativa

Consideremos la siguiente estructura algebraica e inductiva para los enteros:

$$\begin{aligned} \mathit{data}\ E\ =\ & O && \text{— la letra } O\text{, que representa el cero} \\ & \mid S\ E \mid P\ E && \text{— sucesor y predecesor} \end{aligned}$$

Por ejemplo, el entero 2 se representa como $S(S\,O)$ o también como $S(P(S(S\,O)))$, mientras que -2 se representa como $P(P\,O)$. Sea ahora la siguiente función de plegado de enteros:

$$\begin{aligned} \mathit{pliega}\ f\ g\ z\ O &= z \\ \mathit{pliega}\ f\ g\ z\ (S\ x) &= f\ (\mathit{pliega}\ f\ g\ z\ x) \\ \mathit{pliega}\ f\ g\ z\ (P\ x) &= g\ (\mathit{pliega}\ f\ g\ z\ x) \end{aligned}$$

---

1 Describe su tipo de forma razonada: *pliega* :: ...

---

2 Utilizando la función anterior, escribe la función *aInteger* que transforma un dato de tipo E en un entero estándar (por ejemplo $\mathit{aInteger}(P(P\,O)) \Rrightarrow -2$):

$$\begin{aligned} &\mathit{aInteger}\ ::\ E \to \mathit{Integer} \\ &\mathit{aInteger}\ =\ \mathit{pliega}\ \ldots \end{aligned}$$

---

3 Las dos siguientes funciones comprueban la paridad de un dato de tipo E:

$$\begin{aligned} &\mathit{par}, \mathit{par}'\ ::\ E \to \mathit{Bool} \\ &\mathit{par}\ =\ \mathit{pliega}\ \mathit{not}\ \mathit{not}\ \mathit{True} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathit{par}'\ O &= \mathit{True} \\ \mathit{par}'\ (S\ x) &= \mathit{not}\ (\mathit{par}'\ x) \\ \mathit{par}'\ (P\ x) &= \mathit{not}\ (\mathit{par}'\ x) \end{aligned}$$

Define, utilizando solamente *pliega*, la función:

$$\begin{aligned} &\mathit{impar}\ ::\ E \to \mathit{Bool} && \text{— comprueba si un dato de tipo } E \text{ es impar} \\ &\mathit{impar}\ =\ \mathit{pliega}\ \ldots \end{aligned}$$

---

4 Demuestra que $\mathit{par} = \mathit{par}'$, utilizando como técnica, inducción estructural sobre E.

Hay que demostrar: $\forall e\ .\ e :: E.$ ________

CASO BASE:

PASOS INDUCTIVOS (complete solamente uno):

Sea la sucesión b_n definida por la recurrencia:

$$b_0 = 1, \qquad b_1 = -1, \qquad b_2 = 1, \qquad b_{n+3} = b_{n+2} + b_n, \text{ para } n \geq 0.$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ Escribe *directamente* una función para su cómputo:

$$\begin{array}{l} b \quad :: \; Integer \;\rightarrow\; Integer \\ b\,0 \;=\; 1 \\ \ldots \end{array}$$

y justifica que el cómputo de b_n es de orden ________.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Como alternativa a la definición anterior, utiliza la técnica de *redes de procesos* para computar la lista infinita $[b_0, b_1, \ldots]$ de los elementos de la sucesión $\{b_n\}$. (Describa un dibujo con la red de procesos, así como sus ecuaciones en Haskell).

$\boxed{\mathbf{7}}$ Sea la siguiente función para calcular la mediana de tres datos:

$$\begin{array}{l} md \;::\; (Int, Int, Int) \;\rightarrow\; Int \\ md\;(x, y, z) \mid x \;<\; y \quad\;\; = \; md(y, x, z) \\ \qquad\qquad\quad\;\, \mid y \;<\; z \quad\;\; = \; md(x, z, y) \\ \qquad\qquad\quad\;\, \mid otherwise \; = \; y \end{array}$$

Pruebe, utilizando un razonamiento basado en conjuntos bien construidos, que la expresión $md(A, B, C)$ calcula la mediana de la terna (A, B, C):

1. *La llamada $md(A, B, C)$ termina ya que ...*

2. *Si $md(A, B, C)$ termina, entonces computa la mediana de la terna (A,B,C), ya que ...*