E.T.S.I. Informática. Universidad de Málaga
Examen Extraordinario, Setiembre de 2006
Programación Declarativa (tercer curso)

APELLIDOS: **SOLUCIONES**

NOMBRE: _____

PUNTUACIONES:

1	2	3	4	5	6	total
1	*1*	*2*	*2*	*2*	*2*	*10.0*

☐ si
☐ no
} deseo que se publique mi calificación si fuera negativa

Sea la siguiente estructura para representar colas:

$$data\ Cola\ a\ =\ V\ |\ Cola\ a\ :>\ a \qquad deriving\ (Show, Eq)$$

donde los elementos se *encolan*(*extraen*) directamente al (desde el) final de la cola a través de tres funciones:

$$primeroDe\ ::\ Cola\ a\ \to\ a$$
$$encola\ ::\ a\ \to\ Cola\ a\ \to\ Cola\ a$$

de forma que:

$$primeroDe\ (V\ :>\ 3\ :>\ 4\ :>\ 5)\ \rightsquigarrow\ 5$$
$$encola\ 1\ (V\ :>\ 3\ :>\ 4\ :>\ 5)\ \rightsquigarrow\ V\ :>\ 1\ :>\ 3\ :>\ 4\ :>\ 5$$

1 Defina las tres funciones anteriores:

$$primeroDe\ \ldots$$
$$encola\ x\ \ldots$$
$$\vdots$$

SOLUCION

$$primeroDe\ (c\ :>\ x)\ =\ x$$
$$encola\ x\ V\ =\ V\ :>\ x$$
$$encola\ x\ (c\ :>\ y)\ =\ encola\ x\ c\ :>\ y$$ — no es necesario parentizar $(encola\ x\ c)\ :>\ y$

2 Consideremos ahora la siguiente función de plegado de colas:

$$pliegaCola\ f\ z\ V\ =\ z$$
$$pliegaCola\ f\ z\ (\ c\ :>\ x)\ =\ f\ (pliegaCola\ f\ z\ c)\ x$$

Infiera de forma razonada el tipo de la función *pliegaCola*

$$pliegaCola\ ::\ \ldots$$

SOLUCION Según la 1ª ecuación, el tipo del valor devuelto (por ejemplo a) coincide con el del 2º argumento. A la vista de la 2ª ecuación, el tercer argumento es una cola (con tipo $Cola\ b$), y el primer argumento es una función de dos argumentos, con tipo $? \to ? \to a$; por tanto el tipo de *pliegaCola* toma el aspecto $(? \to ? \to a) \to a \to Cola\ b \to a$. Pero a la vista de la 2ª ecuación, el tipo del argumento $(pliegaCola\ f\ z\ c)$ (que coincide con el primer argumento de $? \to ? \to a$) debe ser también a, mientras que el tipo de x debe coincidir con el tipo base de $Cola\ b$. Luego

$$pliegaCola\ ::\ (a\ \to\ b\ \to\ a)\ \to\ a\ \to\ Cola\ b\ \to\ a$$

---

3 Defina las siguientes funciones

$$listaAcola\ ::\ [a]\ \to\ Cola\ a$$
$$colaAlista\ ::\ Cola\ a\ \to\ [a]$$

De forma que tengan los siguientes comportamientos:

$$listaAcola\ [1,2,3]\ \rightsquigarrow\ ((V\ :>\ 1)\ :>\ 2)\ :>\ 3$$ — visita en post-orden
$$colaAlista\ (V\ :>\ 1\ :>\ 2\ :>\ 3)\ \rightsquigarrow\ [3,2,1]$$ — visita en orden

Para ello complete las siguientes definiciones

$listaAcola \;=\; foldl \;\ldots$
$colaAlista \;=\; pliegaCola \;\ldots$

SOLUCION

$listaAcola \;=\; foldl\;(:>)\;V$
$colaAlista \;=\; pliegaCola\;(flip\;(:))\;[]$

---

4 Demuestra por inducción sobre colas que se verifica $\forall\, c \;.\; c :: Cola\; a \;.\; longitudCola\; c \;\geq\; 0$, donde

$longitudCola \;::\; Cola\; a \;\rightarrow\; Integer$
$longitudCola \;=\; pliegaCola\;(\lambda\, n\; x \;\rightarrow\; 1+n)\;0$

SOLUCION

Demostraremos en forma equivalente: $\forall\, c \;.\; c :: Cola\; a \;.\; pliegaCola\;(\lambda\, n\; x \;\rightarrow\; 1+n)\;0\; c \;\geq\; 0$:

CASO BASE:	*PASO INDUCTIVO:*
$pliegaCola\;(\lambda n\; x \rightarrow 1+n)\;0\;0 \geq 0$	$pliegaCola\;(\lambda n\; x \rightarrow 1+n)\;0\;(c :> x) \geq 0$
$=$! 1)$pliegaCola$	$=$! 2)$pliegaCola$
$0 \geq 0$	$(\lambda n\; x \rightarrow 1+n)\;(pliegaCola\;(\lambda n\; x \rightarrow 1+n)\;0\;c)\;x \geq 0$
$=$	$=$! aplicación
Cierto	$1 + pliegaCola\;(\lambda n\; x \rightarrow 1+n)\;0\;c \geq 0$
	$=$ $\because$ hipótesis de inducción
	Cierto

---

5 Utilizando un razonamiento basado en conjuntos bien construidos, pruebe que la expresión $seg(A,B,C,D)$ calcula el segundo menor elemento de la terna (A,B,C,D), es decir,

$$seg(A,B,C,D) \;=\; mínimo\;(\;\{A,B,C,D\} \setminus mínimo\{A,B,C,D\})$$

siendo

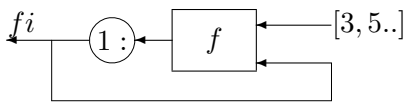
$seg\;(x,y,z,t)$
$\quad \mid x > y \quad = \; seg\;(y,x,z,t)$
$\quad \mid y > z \quad = \; seg\;(x,z,y,t)$
$\quad \mid y > t \quad = \; seg\;(x,t,z,y)$
$\quad \mid otherwise \;=\; y$

1. *La llamada* $seg(A,B,C,D)$ *termina ya que ...* la sucesión de tuplas que aparecen como argumento en las llamadas generadas forman una sucesión decreciente para el orden lexicográfico en el conjunto finito (y por tanto inductivo) $\mathcal{C} \equiv \mathcal{P}ermutaciones(A,B,C,C)$.

2. *Si* $seg(A,B,C,D)$ *termina, entonces computa el segundo menor de la terna (A,B,C,D), ya que ...*, si termina es porque en la última llamada fallan las tres primeras guardas, luego, si la última llamada es $seg(x,y,z,t)$, entonces se verifica $x \leq y \leq z,t$, de donde y es el segundo menor de la tupla (x,y,z,t). Por otro lado, ya que solamente se permutan elementos, las tuplas en cada llamada verifican $(x,y,z,t) \in \mathcal{C}$. Luego $seg(x,y,z,t) =$ *segundo menor de* (A,B,C,D).

---

6 Complete la función f en la siguiente red de procesos que computa la lista de los factoriales de los naturales impares $[1!, 3!, 5!, ...]$. Escriba así mismo la ecuación Haskell correspondiente a la red:



SOLUCION La función f y ecuación Haskell son:

$f \;=\; zipWith\;(\lambda\, x\; q \;\rightarrow\; x * (x-1) * q)$
$fi \;=\; 1 \;:\; f\;[3,5..]\;fi$