

PUNTUACIONES:	1	2	3	4	5	6	total	$\left\{ \begin{array}{l} 1^\circ \text{ y } 3^\circ: \boxed{1,4,5,6} \text{ (puntos 7.5)} \\ 2^\circ \text{ y } 3^\circ: \boxed{1D,3,5,6} \text{ (puntos 6)} \\ \text{solo } 3^\circ: \boxed{4,5,6} \text{ (puntos 4.5)} \\ \text{Todo: } \boxed{1,2,3,5,6A} \text{ (puntos 8.5)} \end{array} \right.$
	$0.5+1.0+0.5+1.0$	$1.0$	$1.5$	$1.0$	$1.5$	$1.5 + 0.5$	$10.0$	

**1** Consideremos las siguientes declaraciones para representar y manipular los números enteros:

**data**  $E = O \mid S E \mid P E$ ;  $uno = S O$ ;  $menos\_dos = P (P O)$ ; ...

$doble = itera (S.S) (P.P) O$

$rap = itera \text{ not not } True$

$nag = itera P S O$

$itera s p z O = z$

$itera f g z (S n) = f (itera f g z n)$

$itera f g z (P n) = g (itera f g z n)$

**A** Calcula la FN de  $doble(P uno)$  ¿Es igual a  $O$ ?

**B** Demuestra que el tipo de  $itera$  es  $itera :: \dots$   
En efecto:

**C** ¿Qué computan las funciones  $rap$  y  $nag$ ?

**D** Demuestra las siguientes propiedades universales:  $\heartsuit \left\{ \begin{array}{ll} doble O = O & rap O = True \\ doble(S x) = S(S(doble x)) & rap(S x) = not(rap x) \\ doble(P x) = P(P(doble x)) & rap(P x) = not(rap x) \end{array} \right.$   
y utilízalas para demostrar por inducción sobre enteros  $\forall n . n :: E . rap (doble x) == True$

**2** Define la función  $valor : Integer \rightarrow Integer$  que toma un natural y calcula la suma de sus cifras (en base 10) de forma reiterada hasta conseguir un entero menor que 10. Por ejemplo  $2741 \xrightarrow{2+7+4+1} 14 \xrightarrow{1+4} 5$ ; así  $valor\ 2741 = 5$ .

**3** Las cartas de una baraja contienen dos números naturales (uno en cada cara) cuya suma es 9. Una *Mano* es una colección (lista) de 4 cartas: p.e.  $[2,3,1,5]$ , representa la misma mano que  $[4,6,1,2]$ . Una jugada es una lista que representa los valores visibles de las cartas de una mano puestas sobre la mesa; los puntos de una *Jugada* se calculan con en el Ejercicio 2:  $valorJugada[2,3,1,5] = valor\ 2315 = 2$ .  
**type**  $Mano = [Int]$ ; **type**  $Jugada = [Int]$ ;  $valorJugada : Jugada \rightarrow Int$

Escribe las siguientes funciones

<i>posibles</i> :: <i>Mano</i> → [ <i>Jugada</i> ]	<i>valorJugada</i> : <i>Jugada</i> → <i>Int</i>
— calcula la lista de jugadas para una <i>Mano</i>	<i>valorJugada</i> = ...
<i>posibles</i> [ <i>a, b, c, d</i> ] = [ <i>x, y, z, t</i>	<i>mejorJugada</i> :: <i>Mano</i> → <i>Jugada</i>
<i>x</i> <- [ <i>a, ...</i>	— calcula la jugada con puntuación máxima
...]	<i>mejorJugada</i> = ...

**4** Generaliza la función *posibles* si una mano puede tener un número arbitrario de cartas:

```
Main > posibles [1, 2, 5]
[[1, 2, 5], [1, 2, 4], [1, 7, 5], [1, 7, 4], [8, 2, 5], [8, 2, 4], [8, 7, 5], [8, 7, 4]] :: [Jugada]
```

**5** Escribe una función para comprobar si con una mano se pueden obtener todos los puntos del 1 al 8:

```
Main > map valorJugada (posibles [1, 2, 5])
[8, 7, 4, 3, 6, 5, 2, 1] :: [Int]
Main > todos [1, 2, 5]
True :: Bool
```

---

**6** Se considera la sucesión  $\{f_n\}_{n \geq 0}$  definida en forma inductiva en la forma siguiente:

$$f_0 = 1, \quad f_1 = -1, \quad \text{y para } n \geq 0, f_{n+2} = (n+1)f_n + nf_{n+1}$$

**A** Describa una red de procesos que tenga como salida la lista infinita  $[f_0, f_1, f_2, \dots]$ . Escriba así mismo la ecuación HASKELL correspondiente

**B** Use la red anterior para comprobar que la salida es la lista cíclica  $[1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots]$ :