E.T.S.I. Informática. Universidad de Málaga — Apellidos: _____

Ordinario 16 de Febrero de 2008

Programación Declarativa (Prog. Funcional) — Nombre: _____

Puntuaciones:	1	2	3	4	total
	0.5+1.5	*1+1*	*1+1+0.5+1*	*1+0.5+1*	*10.0*

---

1 Deduce el tipo de la siguiente función:

f :: ...

$$\begin{aligned} f\ (x,y,z,t) \mid x\ >\ t \quad &= f\ (t,y,z,x) \\ \mid y\ >\ z \quad &= f\ (x,z,y,t) \\ \mid otherwise\ &= min\ x\ y \end{aligned}$$

¿Qué computa $f(a,b,c,d)$? Use conjuntos inductivos para probar su corrección (terminación y valor devuelto).

---

2 Consideremos el algoritmo *quicksort con dos pivotes*:

1.- tomar los dos primeros elementos de la lista en el orden $x \leq y$.

2.- *repartir* el resto de la lista en tres sublistas $m1$, $m2$ y $m3$, donde $m1$ contenga los menores que x, $m2$ los comprendidos entre x e y (excluido y), y finalmente $m3$ los restantes.

3.- ordenar por separado cada segmento y "juntarlos"de forma que resulte la lista original pero ordenada.

A Describa una función para repartir una lista según dos valores x e y, con $x \leq y$:

Main > *repartir* 3 7 $[1,5,3,9,2,7]$
$([1,2],[5,3],[9,7])$

repartir :: *Ord a* => $a \to a \to [a] \to ([a],[a],[a])$
repartir x y [ ] = ([ ],[ ],[ ])
repartir x y $(u : us)$ ...

B Describa el algoritmo *quicksort* que ordena según el esquema anterior:

quicksort :: *Ord a* => $[a] \to [a]$
...

---

3 Sean las siguientes declaraciones para representar y manipular árboles binarios con claves en los nodos:

data *Árbol a* = $V \mid N$ (*Árbol a*) *a* (*Árbol a*) **deriving** *Show*
pliega :: ...
pliega f z V = z
pliega f z $(N\ i\ x\ d)$ = *f* (*pliega f z i*) *x* (*pliega f z d*)

A Demuestra que el tipo de la función *pliega* es *pliega* :: ....

En efecto:

B Escribe utilizando *pliega* las siguientes funciones:

$profundidad :: Árbol\ a \to Integer$ — calcula la profundidad de un árbol
$profundidad = pliega \ldots$

$aLista :: Árbol\ a \to [a]$ — calcula la lista de claves con recorrido "en orden"
$aLista = pliega \ldots$

C Escribe el tipo y deduce qué calcula la siguiente función:

$tam :: \ldots$
$tam = pliega\ g\ 0$ **where** $g\ u\ x\ v = u + 1 + v$ — calcula ...

AYUDA. Manipula los valores: $tam\ V$, $tam\ (N\ i\ x\ d)$.

D Demuestra por inducción sobre árboles $\forall\ w \centerdot w :: Árbol\ a \centerdot tam\ w \geq 0$

---

4 Se define el conjunto de Dijkstra $\mathcal{D}$ como el menor subconjunto de $\mathbb{N}$ verificando los axiomas:

$$Ax1: \quad 1 \in \mathcal{D}$$
$$Ax2: \quad \forall x \centerdot x \in \mathcal{D} \centerdot f\,x, g\,x \in \mathcal{D}$$

donde las funciones f y g son estrictamente crecientes. **A** Describe las ecuaciones de una red de procesos para el cálculo de la sucesión *ordenada* de los elementos de $\mathcal{D}$, "justificando" la solución encontrada.

B Describa el cómputo de los 5 primeros elementos del conjunto $\mathcal{D}$ correspondiente a las funciones $(*\,5)$ y $(+\,7)$.

C Añada lo necesario a la red anterior para encontrar el menor elemento de $\mathcal{D}$ que sea perfecto (suma de sus divisores propios).