



PUNTUACION: **1(2.5) 2(1+1) 3(2.5) 4(1.5+1.5)**

1 Sabiendo que $id = foldr (\:) []$, demuestra la siguiente propiedad para listas

$$\forall as, bs :: [a] . foldr (\:) as bs \equiv foldr (\:) [] (bs ++ as)$$

SOLUCION. Recordemos la función foldr:

$$foldr :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$$

$$foldr f z [] = z$$

$$foldr f z (x:xs) = fx (foldr f z xs)$$

Probaremos la propiedad por inducción sobre la lista bs . Si usamos la propiedad $id = foldr (\:) []$, lo que tenemos que probar es:

$$\forall bs :: [a] . (\forall as . foldr (\:) as bs \equiv bs ++ as)$$

El caso base será

$$\forall as :: [a] . foldr (\:) as [] \equiv [] ++ as$$

= ! primera ecuación de $foldr$; propiedades de $++$

$$\forall as :: [a] . as \equiv as$$

=!

Cierto

La prueba del paso inductivo sería:

$$\forall as :: [a] . foldr (\:) as (b:bs) \equiv (b:bs) ++ as$$

= ! segunda ecuación de $foldr$; definición de $++$

$$\forall as :: [a] . b : (foldr (\:) as bs) \equiv b : (bs ++ as)$$

= ! hipótesis de inducción

Cierto

2.A Escribe la expresión $map f (filter p xs)$ usando listas por comprensión

SOLUCION. $[f x \mid x <- xs, p x]$

2.B Escribe la expresión $[p (fx) \mid x <- xs, p x]$ usando las funciones $filter$ y map

SOLUCION. $map (p . f) (filter p xs)$

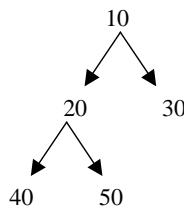
3 Consideremos las siguientes funciones:

```
unfold p h t x
/p x      = []
/otherwise = h x : unfold p h t (t x)
desdeHasta n m = [n .. m]
```

Da un definición de la función *desdeHasta* usando *unfold*.

SOLUCION. *desdeHasta n m = unfold (> m) id (+1) n*

4 Una rama es una lista con los nodos desde la raíz de un árbol hasta una de sus hojas. Para el árbol que aparece a continuación las distintas ramas son [10,20,40], [10,20,50] y [10,30]:



4.A Para el tipo

```
data ÁrbolB a = VacíoB | NodoB (ÁrbolB a) a (ÁrbolB a) deriving Show
```

define una función *ramas* :: *ÁrbolB a -> [[a]]* que devuelva todas las ramas de un árbol binario.

SOLUCION

```
ramas VacíoB          = [[]]
ramas (NodoB VacíoB x VacíoB) = [[x]]
ramas (NodoB i a d)      = map (a:) (ramas i ++ ramas d)
```

4.B Resuelve el mismo problema pero para un árbol general:

```
data Árbol a = Vacío | Nodo a [Árbol a] deriving Show
```

SOLUCION

```
ramasG :: Árbol a -> [[a]]
ramasG Vacío          = []
ramasG (Nodo x [])    = [[x]]
ramasG (Nodo x rs)    = map (x:) $ concat $ map ramasG $ rs
```