

Examen Final de Métodos Matemáticos y Técnicas Computacionales  
Convocatoria Ordinaria de Junio Duración: 3 horas 30 minutos  
**TEORÍA** (4 puntos: 0.5 cada apartado)

1. ¿Bajo qué condiciones está definida la transformada de Laplace de  $f : \mathbb{R} \supset \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ ? ¿Cómo está definida?
2. Explica brevemente el método de la matriz para estudiar la estabilidad de un método en diferencias finitas.
3. Formulación variacional del siguiente problema:  
Hallar  $u \in C^2(0, 1)$  tal que

$$\begin{aligned} -\frac{d^2u}{dx^2} &= f(x), \\ u(0) &= \frac{du}{dx}(1) = 0. \end{aligned}$$

4. Condición de Courant-Friedrichs-Lowy (CFL).
5. Expresa el siguiente problema en forma estándar: maximizar  $x_1 + 3x_2 - x_3$  sujeto a  $x_1 + x_2 \geq 3$ ,  $x_1 - x_3 \leq 5$ ,  $x_2 + x_3 = 3$ ,  $x_1, x_3 \geq 0$ .
6. Condición de factibilidad en el método del *simplex* (símplex).
7. Enuncia el teorema de Weierstrass.
8. Método de aceptación-rechazo para generar números aleatorios.

**OBSERVACIONES:**

Se debe responder a cada pregunta de forma breve y concisa.

**NO** demuestre los resultados, sólo debe enunciarlos.

## PROBLEMAS

1. Escribe el esquema que resulta al aplicar el método de Crank-Nicholson (0.25) para resolver el siguiente problema parabólico:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha u$$

$$u(x, 0) = u_0(x)$$

con condiciones de contorno tipo Neumann homogéneas.

- a) Determina el error de truncado del método. (0.75)
  - b) Estudia la estabilidad del esquema con el método de von Neumann. (0.75)
  - c) ¿Cómo tratas las condiciones de contorno al mismo orden de consistencia? (0.5)
  - d) Escribe la formulación variacional continua del problema en ecuaciones en derivadas parciales considerado. (0.75)
2. Sea un proyecto dado por la siguiente tabla de actividades, precedencia, costos y duraciones.

Actividad precede a	Coste (Kptas)		Duración (Días)	
	Extremo	Normal	Extremo	Normal
<i>A</i>	60	40	2	4
<i>B</i>	19	12	1	4
<i>C</i>	60	48	2	4
<i>D</i>	30	24	1	4
<i>E</i>	10	10	1	4

- a) Determina el camino crítico y el coste del proyecto si todas las actividades se realizan al ritmo normal. (0.75)
  - b) ¿Cuál sería el costo si se tuviera que concluir el proyecto en 12 días? (0.75)
3. Determina los puntos óptimos de la función  $x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2$  sujeta a las siguientes restricciones:
- a) sin restricción, (0.25)
  - b)  $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$ , (0.5)
  - c)  $x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \quad 0 \leq x_3 \leq 10$ . (0.75)