

Ejercicios de métodos de diferencias finitas para ecuaciones diferenciales elípticas e hiperbólicas.

1. Para resolver la ecuación hiperbólica de primer orden

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad c > 0, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

podemos usar los métodos en diferencias finitas

a) Lax-Wendroff,

$$U_j^{n+1} = (1 - p^2 c^2) U_j^n - \frac{1}{2} p a (1 - p a) U_{j+1}^n + \frac{1}{2} p a (1 + p a) U_{j-1}^n,$$

donde  $p = k/h$ ,  $x^j = jh$  y  $t^n = kn$ ;

b) leap-frog,

$$U_j^{n+1} = U_j^{n-1} - p a (U_{j+1}^n - U_{j-1}^n);$$

c) la fórmula

$$U_j^n = (1 - p a) U_j^{n+1} + p a U_{j+1}^{n+1};$$

d) Wendroff

$$(1 + \frac{1}{2}(1 + p a) \Delta_x) U_j^{n+1} = (1 + \frac{1}{2}(1 - p a) \Delta_x) U_j^n, \quad \Delta_x = U_{j+1}^n - U_j^n.$$

Para estos cuatro métodos, determine sus términos del error de truncado, su estabilidad y si cumplen la condición C.F.L.

2.