

Examen de Técnicas Numéricas. Convocatoria Oficial Septiembre 2001

Duración total del examen: 3 horas 30 minutos

TEORÍA (4 puntos: 0.5 cada apartado, 40 minutos)

1. Norma matricial asociada a una norma vectorial. ¿Cuáles son la norma infinito y la norma uno?
2. Método de Newton-Raphson. ¿Cuando tenemos asegurada la convergencia cuadrática? ¿Cuando la convergencia es sólo lineal?
3. Demuestra que los autovalores de una matriz unitaria tienen módulo 1.
4. El único error que se comete al resolver un problema de interpolación con el método de Newton es el error de interpolación. ¿Cierto o falso? Justifica tu respuesta.
5. Fórmula del trapecio y error de integración.
6. ¿Qué método utilizarías para aproximar el valor de una integral de la forma $\int_a^\infty f(x)dx$?
7. ¿Qué es un método predictor-corrector?
8. ¿En qué consiste un método de diferencias finitas para problemas de contorno en ecuaciones diferenciales ordinarias? Explica cómo tratar los distintos tipos de condiciones de contorno.

Examen Final de Técnicas Numéricas. Convocatoria Oficial Septiembre 2001
PROBLEMAS (2 horas 50 minutos)

1. Demuestre que toda matriz de la forma $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix}$ tiene una factorización LU. ¿Existe alguna factorización LU en la que L sea una matriz triangular inferior unitaria?
2. Demuestra que si x^* es una raíz de multiplicidad m de $f(x) = 0$ y f tiene derivadas continuas hasta tercer orden en un entorno de x^* entonces

$$x_{n+1} = x_n - \frac{mf(x_n)}{f'(x_n)}$$

converge cuadráticamente a x^* si x_0 está suficientemente próximo a x^* .

3. Determine valores para A , B y C que hagan que la expresión

$$\int_0^2 xf(x)dx \approx Af(0) + Bf(1) + Cf(2)$$

sea exacta para todos los polinomios de grado tan alto como sea posible. ¿Cuál es el grado máximo?

4. Considere el siguiente método de resolución de problemas de valores iniciales en ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$y_n - y_{n-1} = h \left(\frac{7}{3}f_{n-1} - \frac{2}{3}f_{n-2} + \frac{1}{3}f_{n-3} \right)$$

donde y_n aproxima a $y(x_n)$, $x_n = x_0 + nh$, $f_n = f(x_n, y_n)$, $n=2,3,\dots,N$ y el problema que se resuelve es

$$y' = f(x, y), \quad x \in (x_0, x_N), \quad y(x_0) = y_0$$

- Determina el orden de consistencia del esquema anterior
- ¿Es un método convergente?
- Estudia la estabilidad lineal de dicho esquema.
- ¿Cómo arrancas el método?