

NO SE PERMITEN APUNTES, FORMULARIOS O CALCULADORA
NO OLVIDE RACIONALIZAR TODOS LOS RESULTADOS

DURACIÓN 3:30 horas

PUNTUACIÓN DE LOS APARTADOS: 4, 3, 3.

1. Consideremos la regla de integración de Simpson para la integral

$$\int_{-h}^h f(x) dx$$

- a) Escriba regla de integración de Simpson para dicha integral
- b) Escriba el error de integración (o de aproximación o de truncado) para dicha fórmula numérica
- c) Suponga que al evaluar la función $f(x)$ se comete un error igual a $\epsilon = fl(f(x)) - f(x)$, igual para todos los nodos; ¿cuál es el error total (integración más redondeo) que se comete al aplicar Simpson?,
- d) Sean $h = (b - a)/(2N)$, $x_j = a + jh$, $f_j = f(x_j)$. Considere la fórmula de Simpson compuesta que se obtiene usando segmentos de longitud $2h$, es decir, $[x_{2i}, x_{2i+2}]$. Escriba dicha fórmula (sólo aparecerán valores de f en los nodos):
- e) Cuál es el error de integración de la fórmula de Simpson compuesta del apartado anterior (en función de h , a y b , no debe aparecer N)

- f)* La regla de Simpson es exacta para polinomios de grado a lo sumo
- g)* Cuál es el orden de exactitud de la fórmula de Simpson compuesta
2. Sea $y(x)$ una función analítica y h una constante. Definimos los operadores en diferencias finitas
- $$Ey(t) = y(t + h), \quad \Delta = E - 1, \quad \nabla = 1 - E^{-1}, \quad \delta = E^{1/2} - E^{-1/2}.$$
- a)* Obtenga la expresión de todos estos operadores en función del operador derivada $D \equiv d/dx$
- b)* Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias hacia adelante y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden
- c)* Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias hacia atrás y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden

- d) Determine la expresión del operador derivada en función del operador en diferencias centradas y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden
- e) Determine la expresión para la segunda derivada en función del operador en diferencias centrado y obtenga su desarrollo de Taylor hasta quinto orden
3. Considere el método de la potencia inversa para calcular los autovalores de la matriz
- $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
- a) Describa la expresión iterativa x^{k+1} del método de la potencia inversa.
- b) Si los autovalores son $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$, qué autovalor calcularía y cómo lo calcularía a partir de x^k
- c) Aplique dicho método al vector inicial $(1, 0, 0)$ una vez.
- d) Aplique dicho método otra vez.
- e) ¿Cuál es la estimación del autovalor que ha obtenido?

f) ¿Cómo calcularía el resto de los autovalores usando el método de la potencia inversa?

FECHA Y FIRMA