

Examen Segundo Parcial (TIPO C)

Técnicas Numéricas (Técn. Comp.)

NO SE PERMITEN APUNTES, FORMULARIOS O CALCULADORA
NO OLVIDE RACIONALIZAR TODOS LOS RESULTADOS

DURACIÓN 3:30 horas PUNTUACIÓN DE PROBLEMAS: 3, 4, 3.

1. Sea $f(x) \in C^1[a, b]$ y $p(x)$ un polinomio interpolador de Lagrange de $f'(x)$ tal que

$$\|f'(x) - p(x)\|_\infty \leq \epsilon.$$

- a) Define la norma infinito de una función g continua
 - b) Escriba la fórmula exacta para el error de interpolación de $p(x)$ a $f'(x)$ en la malla $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$.
 - c) Suponga que f es suficientemente diferenciable y acote la fórmula anterior (use la norma infinito)
 - d) Define un polinomio de Newton $q(x)$ tal que
 - e) Escribe $q(x)$ en función de $f'(x) - p(x)$.

- f) Escriba una fórmula exacta para el error entre $q(x)$ a $f(x)$ en la malla $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$.
2. Considere el método multipaso parametrizado
- $$y_{n+1} = \frac{1}{2}(y_n + y_{n-1}) + \frac{h}{4}(\beta f_{n+1} - f_n + \alpha y_{n-1}).$$
- a) Para qué valores de α y β es consistente dicho método
- b) Para qué valores de α y β la constante que multiplica el término principal del error de truncado es 0,001 (multiplicado por una derivada y una potencia de h)
- c) Para qué valores de α y β se obtiene el orden de consistencia más alto
- d) Cuál es el término principal del error de truncado de este método (el de mayor orden)
- e) Determine el polinomio característico (o de estabilidad) de este método
- f) Es fuertemente estable este método

- g) Escriba el desarrollo de Taylor de las dos raíces del polinomio característico (o de estabilidad) hasta tercer orden (incluido) en $h\lambda$.
- h) ¿Es incondicionalmente, absolutamente estable este método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad absoluta condicional
- i) ¿Es incondicionalmente, relativamente estable este método? Si no lo es, determine su intervalo de estabilidad relativa condicional
- j) ¿Cuál es el límite para $h\lambda \rightarrow \infty$ de los módulos de las raíces del polinomio característico?
3. Describe cada una de las fases del algoritmo de factorización QR de Householder para una matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

FECHA Y FIRMA