

ENUNCIADO DE LA SEGUNDA PRACTICA (PUNTUACIÓN: 0.2)

El objetivo de esta práctica es estudiar algunos algoritmos directos de resolución numérica de sistemas lineales utilizando Matlab.

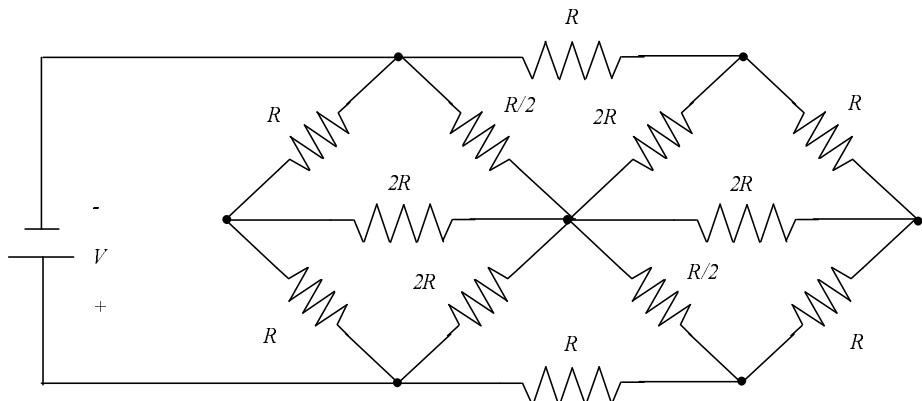


Figure 1. Puente de Wheatstone "doble".

1. Consideré el puente de Wheatstone "doble" de la figura 1 (que tiene 12 resistencias). Aplique las leyes de Kirchoff y obtenga un sistema algebraico lineal de ecuaciones para las corrientes en función de las resistencias ($AI = b$). Suponga que $R = 100 \Omega$ y $V = 3 \text{ V}$.
2. Escribe un programa de Matlab que resuelva el problema algebraico anterior. ¿Cómo son las soluciones? Justifica tu resultado.
3. Escribe una función en Matlab (`miLU.m`) que calcule la factorización LU de una matriz cuadrada: `function [L,U]=miLU(A)`. ¿Cómo detectas que los pivotes no son nulos? ¿Qué haces cuando aparecen pivotes nulos? Aplica la función `miLU` a la matriz del circuito anterior. ¿Qué resultado obtienes? Utiliza la función de Matlab `[L2,U2,P]=lu(A)` y compara el resultado obtenido con el tuyo. ¿Por qué son diferentes? ¿Qué relación existe entre L y L2, y entre U y U2? ¿Por qué crees que Matlab utiliza la matriz de cambio P?
4. ¿Cómo resuelves el sistema lineal $AI = b$ mediante factorización LU de Matlab?, ¿y mediante tu factorización `miLU`?
5. Comenta y justifica las propiedades más importantes de la matriz $A^* \cdot A$. Y resuelve el sistema lineal $A^* \cdot A \cdot I = A^* \cdot b$. ¿Cómo son las soluciones? Justifica tu resultado.
6. Escribe un algoritmo en Matlab que determine si una matriz es simétrica y definida positiva. ¿Es simétrica y definida positiva la matriz A del circuito anterior? ¿Y la matriz $A^* \cdot A$? Justifica tus respuestas.
7. Escribe una función en Matlab (`miChol.m`) que calcule la factorización de Cholesky de una matriz cuadrada: `function L=miChol(A)`. ¿Cómo detectas que la matriz no es simétrica y definida positiva? ¿Puedes detectarlo dentro del algoritmo de Cholesky sin necesidad de usar la función del apartado anterior (y de hecho más rápido)? ¿Cómo lo harías? Aplica la función `miChol` a la matriz $A^* \cdot A$. ¿Qué

resultado obtienes? Utiliza la función de Matlab $[L2, P] = \text{chol}(A' * A)$ y compara el resultado obtenido con el tuyo. ¿Por qué son diferentes? ¿Qué relación existe entre L y $L2$? ¿Por qué crees que Matlab utiliza la matriz de cambio P ?

8. ¿Cómo resuelves el sistema lineal $A^* A I = A^* b$ mediante factorización `chol` de Matlab?, ¿y mediante tu factorización `miChol`?.
9. Calcule el número de condicionamiento $\kappa(A)$ y $\kappa(A^* A)$. ¿Qué relación existe entre los dos? Justifica tu respuesta. Dicha respuesta es cierta para cualquier matriz A general?
10. Calcula la corriente que pasa a través de la batería del circuito $I(V, R)$.
 - (a) Dibuja una gráfica de esta corriente en función de V (para $V=0:0.5:5$). ¿Cómo es dicha curva? Si es una línea, ¿cuál es su pendiente y qué significa? Justifica tu respuestas.
 - (b) Dibuja una gráfica de esta corriente en función de R (para $R=0:25:200$). ¿Cómo es dicha curva? Si es una línea, ¿cuál es su pendiente y qué significa? Justifica tu respuestas.
11. ¿Para qué se usa un puente de Wheastone en teoría de circuitos? Serviría para ello un puente de Wheastone "doble". ¿Por qué? ¿Qué problemas tiene (si tiene alguno)?