

Realizar los siguientes ejercicios relativos al Tema 2 de la asignatura. Se permite el uso de la calculadora.

1. Estime mediante propagación de errores hacia atrás el error relativo cometido en la operación de resta de números flotantes. Aproximelo utilizando el épsilon de la máquina.
2. Estime mediante propagación de errores hacia atrás el error relativo cometido en la operación de división de números flotantes en función de los errores absolutos de los datos iniciales.
3. La operación de suma de números flotantes no cumple con las propiedades asociativa y conmutativa, es decir, el orden de los factores altera el resultado y, por tanto, el error de éste. Demostrar que si se suman los números empezando por el menor y en orden creciente se minimiza la pérdida de dígitos significativos en el resultado.
4. Realizar un análisis de propagación de errores hacia atrás y otro hacia adelante para la suma de n pares de productos dada por

$$s = a_1 b_1^2 + a_2 b_2^2 + \cdots + a_n b_n^2.$$

Suponga que los datos son números flotantes y por tanto sin error de redondeo. Además suponga, para simplificar, que el error relativo de las operaciones de suma y producto es el mismo.

5. Con una mantisa de cuatro cifras decimales, calcule las raíces de

$$x^2 + 0,4002x + 0,8 \cdot 10^{-4} = 0.$$

Explique sus resultados. ¿Puede mejorar estas raíces (utilizando aritmética de 4 cifras solamente)? ¿Cómo? ¿Por qué?

6. Estime el error en la evaluación de

$$f(x) = \cos x \exp(10x^2),$$

para $x = 2$, si el error absoluto en x es 10^{-6} .

7. Calcule

$$f(x) = \frac{x - \sin x}{\tan x}$$

para $x = 0,000001$, con una exactitud de cuatro cifras decimales.

8. Resuelva el sistema de dos ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 0,872x + 0,653y &= 0,217, \\ 0,475x + 0,560y &= 0,271, \end{aligned}$$

con cuatro y con tres cifras significativas, y compare los resultados con los de la solución exacta. Justifique los resultados obtenidos. Nota: si utiliza una calculadora, redondee los resultados intermedios.

9. Dada las ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\frac{dy_1}{dx} - 3y_1 + y_2 = 0, \quad y_1(0) = a,$$

$$\frac{dy_2}{dx} - 3y_2 + 2y_1 = 0, \quad y_2(0) = b,$$

¿Para qué valores iniciales es el problema estable o está físicamente bien condicionado?

10. Dada la ecuación en diferencias finitas

$$y_n = 2x y_{n-1} - y_{n-2},$$

donde $x = \cos \theta$. ¿Para qué valores de y_0 e y_1 es $y_n = \cos n\theta$? ¿Para qué valores de y_0 e y_1 es $y_n = \sin n\theta$?